

Schwingungserregung durch elliptisch verformte Kugellager

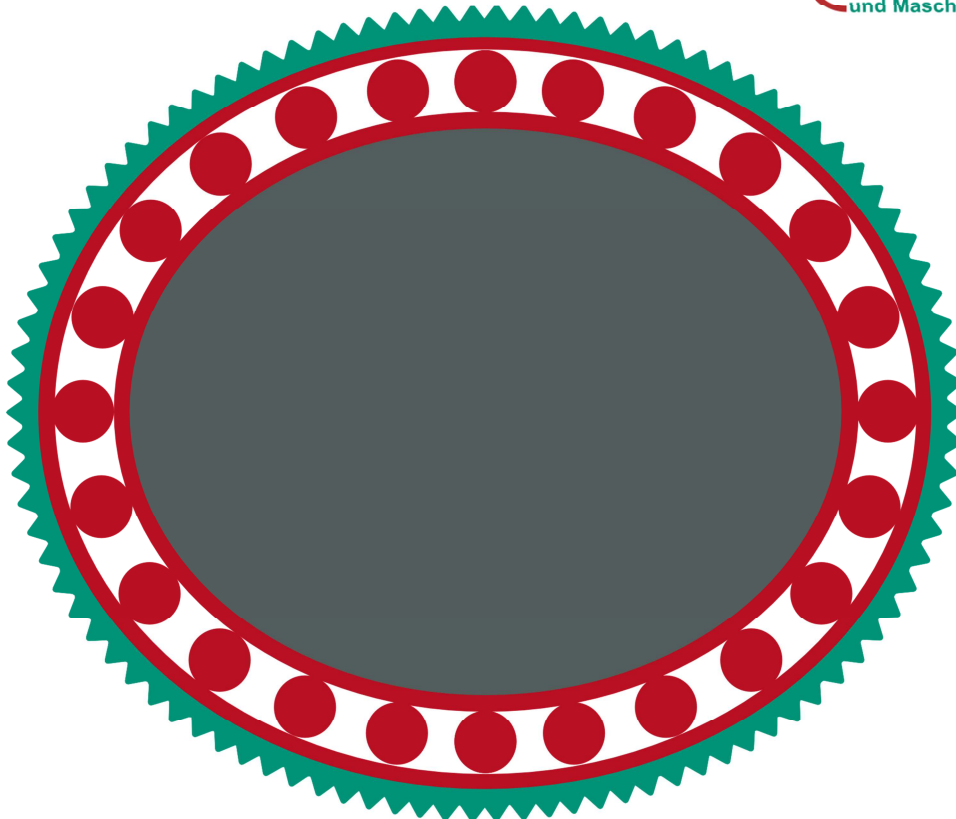
Adam Skowronek
Systemzuverlässigkeit und Maschinenakustik SzM



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Systemzuverlässigkeit
und Maschinenakustik



Schwingungserregung durch elliptisch verformte Kugellager

Vom Fachbereich Maschinenbau
an der Technischen Universität Darmstadt
zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte

DISSERTATION

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Adam Andreas Skowronek

aus Gleiwitz/Polen

Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. Holger Hanselka
Mitberichterstatter:	Prof. Dr. Christian Beidl
Tag der Einreichung:	15.08.2013
Tag der mündlichen Prüfung:	29.10.2013

Darmstadt 2013

D 17

Ehrenwörtliche Erklärung

Ich erkläre hiermit ehrenwörtlich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig angefertigt habe. Sämtliche aus fremden Quellen direkt oder indirekt übernommenen Gedanken sind als solche kenntlich gemacht.

Die Arbeit wurde bisher keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und noch nicht veröffentlicht.

Darmstadt, den 06. November 2013



Kurzfassung

Die Kräfte und Schwingungen in Wälzlager wurden in der Vergangenheit vielfach untersucht, jedoch vorwiegend für klassische Anwendungen wie Wellenlagerungen, in denen die Lager von starren Gehäusen gestützt werden und die Lagerringe folglich als rund angenommen werden können. In Spannungswellengetrieben hingegen erfährt das Wälzlager eine elastische, umlaufende Verformung, was eine von runden Lagerringen abweichende Lastverteilung und ein verändertes Schwingungsbild zur Folge hat. Diese Arbeit befasst sich mit der modellbasierten sowie empirischen Untersuchung der Schwingungserregung dieser Wälzlager. Im Fokus stehen hierbei die Kräfte und Verformungen innerhalb dieser Lager, die zum einen zur Schallabstrahlung führen und zum anderen zur Qualitätsprüfung im Rahmen der Schwingungsdiagnose herangezogen werden können. Hintergrund der Untersuchungen sind erste Anwendungen von Spannungswellengetrieben im Fahrzeugbau und damit verbunden erhöhte Anforderungen an ihre Akustik und Zuverlässigkeit.

In dieser Arbeit wird zunächst ein numerisches Zeitbereichsmodell entwickelt, das den Verlauf der Kräfte und Verformungen in elliptisch verformten Wälzlager mit Hilfe der Superposition einzelner Lastfälle berechnet. Im nächsten Schritt wird ein Prüfstand vorgestellt, der zur Validierung des Modells sowie für weitere, besonders wiederholgenaue empirische Untersuchungen entwickelt wurde. Unter Verwendung eines aktiven Magnetlagers ermöglicht dieser die Erfassung radial wirkender Kräfte, die mit denen des Modells verglichen werden können und nach einer geringen Modellanpassung sehr gute Übereinstimmung zeigen. Mit dem angepassten Modell werden anschließend die Kraft- und Verformungsverläufe des Lagers berechnet. Dabei wird der Einfluss verschiedener geometrischer Parameter wie des radialen Lagerspiels, rauer Oberflächen oder von Wellenfehlstellungen auf den zeitlichen Verlauf und die spektrale Zusammensetzung der Zielgrößen untersucht. Einzelne Simulationen werden mit am Prüfstand ermittelten Messdaten verglichen, wobei sowohl die Übereinstimmungen simulierter und berechneter Daten als auch die Grenzen des Simulationsmodells identifiziert werden. In weiteren empirischen Untersuchungen werden zudem die akustischen Auswirkungen bestimmter Lagerschäden im runden sowie elliptisch verformten Zustand verglichen und mittels bewährter Methoden der Schwingungsdiagnose analysiert. Dabei kann gezeigt werden, wie Lagerschäden auch im elliptischen Zustand identifiziert werden können.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis.....	III
Tabellenverzeichnis.....	VII
Abkürzungsverzeichnis.....	VIII
Formelzeichen.....	IX
1 Einleitung.....	1
2 Stand der Forschung.....	3
2.1 Belastungen von Wälzlagern.....	3
2.2 Schwingungserregung.....	4
2.3 Zielsetzung der Arbeit im Hinblick auf den Stand der Forschung	6
3 Grundlagen	7
3.1 Getriebeaufbau und -funktion.....	7
3.2 Grundlegende Zusammenhänge der Bewegungen in Wälzlagern.....	9
3.2.1 Geometrie	9
3.2.2 Kinematik und charakteristische Frequenzen.....	9
3.2.3 Resonanzverhalten.....	10
3.3 Modellierung und Berechnungen von Wälzlagerbelastungen.....	12
3.3.1 Hertz'sche Flächenpressung.....	12
3.3.2 Lastverteilung innerhalb von Lagern	14
3.3.3 Schwingungserregung von Wälzlagern.....	17
3.4 Qualitätsprüfung und Wälzlagerdiagnose.....	19
3.4.1 Zeitsignale	20
3.4.2 Amplitudenspektrum, Ordnungsanalyse	20
3.4.3 Hüllkurve, Hüllkurvenspektrum	21
3.4.4 Identifikation bestimmter Lagerfehler	23
4 Modellentwicklung.....	24
4.1 FE-Simulationen	25
4.1.1 Validierung und Anpassung des FE-Modells	26
4.1.2 Nachgiebigkeitsermittlung gegenüber radialer Verschiebung.....	30
4.2 Superposition einzelner Kugellasten.....	31
4.3 Iterationsverfahren zur Einbindung von Nichtlinearitäten	33
4.4 Schwingungsanregung durch das Abrollen rauer Oberflächen.....	36
5 Prüfstand.....	37
6 Validierung des Berechnungsmodells am Prüfstand	41
6.1 Validierung der Kugelkräfte	41
6.2 Validierung der Beschleunigungssignale.....	44
6.2.1 Gemessene Signale.....	44
6.2.2 Vergleich mit berechneten Signalen	46
7 Numerische Untersuchungen	50
7.1 Ideale Geometrie	50
7.1.1 Kontaktkräfte und ihre Verteilung	51
7.1.2 Beschleunigung auf der Topfoberfläche.....	53

7.1.3	Auswirkung rauer Oberflächen.....	57
7.2	Einfluss von Lagerspiel.....	59
7.2.1	Kontaktkräfte und ihre Verteilung	59
7.2.2	Beschleunigung auf der Topfoberfläche.....	60
7.3	Einfluss einer umlaufenden Exzentrizität	62
7.3.1	Kontaktkräfte und ihre Verteilung	62
7.3.2	Beschleunigung auf der Topfoberfläche.....	63
7.4	Lagerschäden.....	65
7.4.1	Kontaktkräfte bei Kugelschaden	65
7.4.2	Beschleunigung auf der Topfoberfläche bei Kugelschaden	67
7.4.3	Kontaktkräfte bei Außenringschaden.....	69
7.4.4	Beschleunigung auf der Topfoberfläche bei Außenringschaden	71
7.4.5	Kontaktkräfte bei Innenringschaden	73
7.4.6	Beschleunigung auf der Topfoberfläche bei Innenringschaden.....	75
7.5	Zusammenfassung der numerischen Untersuchungen	77
8	Experimentelle Untersuchungen von Lagerschäden.....	80
8.1	Eingebrachte Schäden und Messablauf.....	80
8.2	Auswirkungen der Schäden bei elliptischer Verformung.....	81
8.2.1	Beispielspektren einzelner Schäden.....	82
8.2.2	Automatisierte Auswertung	84
8.3	Auswirkungen der Schäden ohne Verformung und im Getriebe.....	87
8.3.1	Messergebnisse ohne Lagerverformung	87
8.3.2	Messergebnisse mit Montage im Getriebe.....	88
9	Zusammenfassung und Ausblick	90
	Literaturverzeichnis.....	XIII

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 3-1:	Spannungswellengetriebe	7
Abbildung 3-2:	Getriebekinematik während einer halben Umdrehung.....	8
Abbildung 3-3:	wesentliche Geometrie Größen von Wälzlagern.....	9
Abbildung 3-4:	resultierender Innendurchmesser des Lageraußenrings	11
Abbildung 3-5:	elliptische Kontaktfläche, nach [39]	13
Abbildung 3-6:	Krümmungsradien zweier beliebiger Kontaktkörper, nach [40]	13
Abbildung 3-7:	Lager vor (links) und nach radialer Verschiebung (rechts)	15
Abbildung 3-8:	Lastverteilung eines radial belasteten Rillenkugellagers ohne und mit Spiel	16
Abbildung 3-9:	Krafterregung und Schwingungssignal nach dem Impulsfolgenmodell.....	17
Abbildung 3-10:	raues Kontaktmodell, aus [34] (mit freundlicher Genehmigung des Autors)	18
Abbildung 3-11:	Spektrum der Rauscherregung, nach [26]	18
Abbildung 3-12:	Darstellung im Zeit- und Frequenzbereich.....	20
Abbildung 3-13:	amplitudenmoduliertes Signal, Zeit- und Frequenzbereich	22
Abbildung 3-14:	amplitudenmoduliertes Signal, Hüllkurve	22
Abbildung 4-1:	3-D-Abbildung des Topfes mit Lageraußenring.....	25
Abbildung 4-2:	Lager vor der Montage.....	25
Abbildung 4-3:	elastischer Topf.....	25
Abbildung 4-4:	vernetztes FE-Modell.....	26
Abbildung 4-5:	Montage des Topfes für Modalanalyse.....	27
Abbildung 4-6:	Übertragungsfunktion zwischen zwei benachbarten Punkten	27
Abbildung 4-7:	berechnete und gemessene Eigenformen.....	28
Abbildung 4-8:	Materialanhäufung am Topfboden	29
Abbildung 4-9:	radiale Auslenkung	30
Abbildung 4-10:	Gesamtverformung des Topfes	30
Abbildung 4-11:	radiale Verformung der Laufbahn	30
Abbildung 4-12:	Verformung im Kontaktpunkt.....	32

Abbildung 4-13: Ablaufplan des Iterationsmodells	34
Abbildung 5-1: Prüfstandsaufbau	37
Abbildung 5-2: Schnitt durch die Getriebeeinheit.....	38
Abbildung 5-3: Sensorposition im Getriebebetrieb.....	39
Abbildung 5-4: Sensorposition ohne Übersetzung.....	40
Abbildung 6-1: gemessene Kraft-Weg-Verläufe.....	41
Abbildung 6-2: gemessene und berechnete Kraft-Weg-Verläufe.....	42
Abbildung 6-3: berechnete Verformung bei Auslenkung längs.....	42
Abbildung 6-4: gemessene und berechnete Kraft-Weg-Verläufe, angepasstes Modell	43
Abbildung 6-5: berechnete Verformung bei Auslenkung längs, angepasstes Modell	44
Abbildung 6-6: berechnete Verformung bei Auslenkung quer, angepasstes Modell	44
Abbildung 6-7: mittleres gemessenes Spektrum der Beschleunigung	45
Abbildung 6-8: mittleres gemessenes Terzspektrum der Beschleunigung	46
Abbildung 6-9: Zeitsignale berechneter Beschleunigungen	46
Abbildung 6-10: Spektren berechneter Beschleunigungen	47
Abbildung 6-11: Vergleich berechneter und gemessener Spektren der Beschleunigung.....	48
Abbildung 6-12: Vergleich berechneter und gemessener Beschleunigungsspektren inkl. Exzentrizität.....	49
Abbildung 7-1: Lastverteilung, ideales Lager	51
Abbildung 7-2: Rückstellkräfte längs und quer zur Hochachse.....	52
Abbildung 7-3: vertikale Rückstellkraft	52
Abbildung 7-4: Amplituden- und Hüllkurvenspektrum der vertikalen Rückstellkraft.....	53
Abbildung 7-5: Wiederholung des Beschleunigungssignals	53
Abbildung 7-6: Verformungen und Kugelpositionen bei Kontaktänderung.....	54
Abbildung 7-7: Verformung und Kugelposition bei negativen Impulsen.....	54
Abbildung 7-8: Beschleunigungsspektrum mit idealer Geometrie	56
Abbildung 7-9: Impulsmuster des Beschleunigungssignals.....	56
Abbildung 7-10: Amplituden- und Hüllkurvenspektrum der vertikalen Rückstellkraft, mit Rauigkeiten.....	57
Abbildung 7-11: Beschleunigungsspektren mit/ohne Rauigkeit	57

Abbildung 7-12: Hüllkurvenspektrum der Beschleunigung mit/ohne Rauigkeit	58
Abbildung 7-13: Lastverteilung in Abhängigkeit vom Lagerspiel.....	60
Abbildung 7-14: vertikale Rückstellkraft in Abhängigkeit vom Lagerspiel.....	60
Abbildung 7-15: Spektren der vertikalen Rückstellkraft in Abhängigkeit vom Spiel	60
Abbildung 7-16: berechnete Beschleunigungen in Abhängigkeit vom Lagerspiel.....	61
Abbildung 7-17: berechnete Beschleunigungen in Abhängigkeit vom Lagerspiel, ohne Rauigkeiten.....	61
Abbildung 7-18: berechnete Schmalbandspektren in Abhängigkeit vom Lagerspiel.....	62
Abbildung 7-19: Lastverteilung in Abhängigkeit von der Exzentrizität.....	63
Abbildung 7-20: vertikale Rückstellkraft in Abhängigkeit von der Exzentrizität.....	63
Abbildung 7-21: Spektren der vertikalen Rückstellkraft in Abhängigkeit von der Exzentrizität.....	63
Abbildung 7-22: berechnete Beschleunigungen in Abhängigkeit von der Exzentrizität, ohne Rauigkeiten	64
Abbildung 7-23: Beschleunigungsspektren in Abhängigkeit von der Exzentrizität.....	64
Abbildung 7-24: Kraftverläufe mit Kugelschaden.....	66
Abbildung 7-25: vertikale Rückstellkraft mit Kugelschaden	66
Abbildung 7-26: Spektrum der vertikalen Rückstellkraft mit Kugelschaden	67
Abbildung 7-27: berechnete Beschleunigungen mit Kugelschaden, ohne Rauigkeiten.....	68
Abbildung 7-28: Beschleunigungsspektren mit Kugelschaden, ohne Rauigkeiten.....	68
Abbildung 7-29: Beschleunigungsspektren mit Kugelschaden, mit Rauigkeiten	69
Abbildung 7-30: Hüllkurvenspektrum der Beschleunigung mit Kugelschaden, mit Rauigkeiten.....	69
Abbildung 7-31: Kraftverläufe mit Außenringschaden	70
Abbildung 7-32: vertikale und horizontale Rückstellkraft mit Außenringschaden	70
Abbildung 7-33: Spektrum der Rückstellkraft mit Außenringschaden.....	71
Abbildung 7-34: berechnete Beschleunigungen mit Außenringschaden, ohne Rauigkeiten.....	72
Abbildung 7-35: Beschleunigungsspektren mit Außenringschaden, ohne Rauigkeiten	72
Abbildung 7-36: Beschleunigungsspektren mit Außenringschaden, mit Rauigkeiten.....	72

Abbildung 7-37: Hüllkurvenspektrum mit Außenringschaden, mit Rauigkeiten	73
Abbildung 7-38: Kraftverläufe mit Innenringschaden	74
Abbildung 7-39: vertikale Rückstellkraft mit Innenringschaden.....	74
Abbildung 7-40: Spektrum der Rückstellkraft mit Innenringschaden	74
Abbildung 7-41: Hüllkurvenspektrum der Rückstellkraft mit Innenringschaden	75
Abbildung 7-42: berechnete Beschleunigungen mit Außenringschaden, ohne Rauigkeiten.....	75
Abbildung 7-43: Beschleunigungsspektren mit Innenringschaden, ohne Rauigkeiten.....	76
Abbildung 7-44: Beschleunigungsspektren mit Innenringschaden, mit Rauigkeiten	76
Abbildung 7-45: Hüllkurvenspektren der Beschleunigung mit Innenringschaden, mit Rauigkeiten.....	77
Abbildung 8-1: Schaden auf Kugel	81
Abbildung 8-2: Schaden auf Innenring	81
Abbildung 8-3: Amplitudenspektrum der Beschleunigung mit Kugelschaden.....	82
Abbildung 8-4: Hüllkurvenspektrum der Beschleunigung mit Kugelschaden.....	82
Abbildung 8-5: Amplitudenspektrum der Beschleunigung mit Außenringschaden	83
Abbildung 8-6: Hüllkurvenspektrum der Beschleunigung mit Außenringschaden	83
Abbildung 8-7: Amplitudenspektrum der Beschleunigung mit Innenringschaden.....	84
Abbildung 8-8: Hüllkurvenspektrum der Beschleunigung mit Innenringschaden	84

Tabellenverzeichnis

Tabelle 3-1:	Auswirkungen verschiedener Fehler im Frequenzbereich, nach [17]	23
Tabelle 4-1:	berechnete und gemessene Eigenfrequenzen	29
Tabelle 4-2:	Eigenfrequenzen des angepassten Modells.....	29
Tabelle 6-1:	verwendete Modellparameter	42
Tabelle 7-1:	charakteristische Frequenzen des modellierten Lagers	55
Tabelle 7-2:	berechnete Auswirkungen von Formabweichungen auf Wellenrückstellkräfte.....	78
Tabelle 7-3:	berechneten Auswirkungen von Formabweichungen auf Beschleunigungen des Außenrings.....	79
Tabelle 8-1:	mittlere Amplituden sowie Streuungen aller Messungen ohne Lagerschäden	85
Tabelle 8-2:	mittlere Amplitudenerhöhungen mit Lagerschäden als Vielfache der Referenzwerte	86
Tabelle 8-3:	mittlere Amplituden sowie Streuungen aller Messungen ohne Lagerschäden, ohne Verformung	87
Tabelle 8-4:	mittlere Amplitudenerhöhungen mit Lagerschäden als Vielfache der Referenzwerte, ohne Verformung	87
Tabelle 8-5:	mittlere Amplituden sowie Streuungen aller Messungen ohne Lagerschäden, im Getriebe.....	88
Tabelle 8-6:	mittlere Amplitudenerhöhungen mit Lagerschäden als Vielfache der Referenzwerte, im Getriebe	89

Abkürzungsverzeichnis

FEM	Finite-Elemente-Methode
MKS	Mehrkörpersimulation
FFT	Fast-Fourier-Transformation
kgV	kleinstes gemeinsames Vielfaches

Formelzeichen

Formelzeichen	Einheit	Beschreibung
a	mm	Länge der großen Halbachse einer elliptischen Kontaktfläche
b	mm	Länge der kleinen Halbachse einer elliptischen Kontaktfläche
B	mm	Lagerbreite
C_{Hertz}	N/mm ^k	Gesamtsteifigkeitskoeffizient des Kontaktes
\underline{C}	N/mm	Steifigkeitsmatrix der Kontaktkräfte gegenüber der Verformungen in den Winkellagen der Wälzkörper
C_A	N/mm ^k	Steifigkeitskoeffizient des Kontaktes mit der Außenbahn
C_I	N/mm ^k	Steifigkeitskoeffizient des Kontaktes mit der Innenbahn
C_{rau}	–	Proportionalitätskonstante des rauen Kontaktes
D	mm	Lageraußendurchmesser
D_A	mm	Durchmesser der Lageraußenbahn
D_I	mm	Durchmesser der Lagerinnenbahn
D_K	m	mittlerer Durchmesser der Kontaktflächen rauer Kontaktpartner
D_T	mm	Teilkreisdurchmesser
D_W	mm	Wälzkörperdurchmesser
E	N/mm ²	E-Modul
F	N	radiale Kraft
\underline{F}	N	Vektor der Kräfte F_k
f_A	Hz	Überrollfrequenz der Wälzkörper auf dem Außenring
f_I	Hz	Überrollfrequenz der Wälzkörper auf dem Innenring
F_{Imp}	N	Kraft der Impulserregung durch Lagerschäden
F_k	N	Kontaktkraft bei k -tem Wälzkörper
$f_{\text{Kä}}$	Hz	Rotationsfrequenz des Käfigs
f_{KR}	Hz	Resonanzfrequenz einer Stahlkugel
f_M, f_T	Hz	Frequenz der Modulations-, Trägerschwingung
f_n	Hz	Rotationsfrequenz
F_r	N	auf das Lager wirkende Radialkraft
$f_{\text{RA},1}, f_{\text{RA},2}$	Hz	erste und zweite Resonanzfrequenzen des Lageraußenrings
$F_{\text{rau},k}$	N	Kontaktkraft bei k -tem Wälzkörper inkl. Oberflächenrauigkeiten

$F_{\text{rau},k}$	N	Kontaktkraft bei k -tem Wälzkörper inkl. Oberflächenrauigkeiten
f_W	Hz	Kontaktes eines wälzkörperfesten Punktes mit beiden Innenbahnen
f_{Wa}	Hz	Kontaktes eines wälzkörperfesten Punktes mit der Außenbahn
h	m/Ns ²	Impulsantwort einer Struktur
H	mm	resultierende Lagerinnendurchmesser
\underline{H}	mm/N	Matrix der Nachgiebigkeiten h_{jk}
H_1	mm	Dicke des Lagerinnenrings
h_{jk}	mm/N	radiale Nachgiebigkeit der Lageraußenbahn in der Winkellage des j -ten Wälzkörpers gegenüber der Kraft F_k
$h_k(\varphi)$	mm/N	winkelabhängige radiale Nachgiebigkeit der Lageraußenbahn gegenüber Kraft F_k
$H\{x(t)\}$	–	Hilbert-Transformierte von $x(t)$
$h(\varphi)$	mm/N	winkelabhängige radiale Nachgiebigkeit der Lageraußenbahn bei Kraft in $\psi = 0$
$h(\varphi, \psi)$	mm/N	winkelabhängige radiale Nachgiebigkeit der Lageraußenbahn bei Kraft in beliebiger Winkellage ψ
j, k	–	Indizes der Verformungen und Kräfte in der Winkellage eines bestimmten Wälzkörpers
K	–	Konstante des Hertz'schen Kontaktes
$\sum k$	1/mm	Summe der Krümmungen der Kontaktpartner
n	U/min	Drehzahl
N	–	Anzahl von Kräften
Q	N	Kontaktkraft zwischen zwei Kontaktpartnern
Q_{max}	N	maximale Wälzkörperlast
$Q(\theta)$	N	Lastverteilung des Lagers in Abhängigkeit von θ
Q_φ	N	winkelabhängige Wälzkörperlast
r_A	mm	Krümmungsradius der Lageraußenbahn
$\underline{r}_{\text{ell}}$	mm	Vektor der radialen Koordinaten der Ellipse in den Winkellagen der Wälzkörper
r_1	mm	Krümmungsradius der Lagerinnenbahn
r_{LA}	mm	Radius des unverformten Lageraußenrings
$r_{11}, r_{12}, r_{21}, r_{22}$	mm	Krümmungsradien der Kontaktpartner
S	mm	Lagerspiel

$\overline{T_K}$	s	mittlere Impulsdauer der Einzelkontakte rauer Oberflächen
\underline{u}	mm	Vektor der Verformungen u_j
\hat{u}_{exz}	mm	Exzentrizität
$\underline{u}_{\text{exz}}$	mm	Vektor der Verformung aufgrund einer Exzentrizität
$\underline{u}_{\text{Hertz}}$	mm	Vektor der Annäherung der Kontaktpunkte auf der Lageraußen- und -innenlaufbahn
u_j	mm	Verformungen der Lageraußenbahn in der Winkellage des j-ten Wälzkörpers
u_{max}	mm	maximale radiale Verformung der Lageraußenbahn
$\underline{u}_{\text{starr}}$	mm	Vektor der Verformungen der Lageraußenbahn ohne Berücksichtigung von Nachgiebigkeiten
$u(\varphi)$	mm	winkelabhängige radiale Verformung der Lageraußenbahn
$u(\varphi, \psi)$	mm/N	winkelabhängige Verformung der Lageraußenbahn bei einzelner Kraft in Winkellage ψ
v_K	m/s	Wälzkörperrollgeschwindigkeit
$x_{\text{Imp}}(t)$	m/s ²	messbares Schwingungssignal
$x_{\text{Hüll}}(t)$	m/s ²	Hüllkurve eines Signals
\bar{x}	m/s ²	arithmetischer Mittelwert
\hat{x}_M, \hat{x}_T	m/s ²	Amplitude der Modulations-, Trägerschwingung
$x(t)$	m/s ²	aufgezeichnetes Signal
z	–	Wälzkörperanzahl
$Z_{\text{normal},k}$	–	normalverteilte Zufallszahl, Mittelwert 0, Standardabweichung 1
α	°	Druckwinkel
δ	mm	Annäherung zweier Kontaktpartner
δ_D	–	Dirac-Stoß
δ_F	%	relative Abweichung der berechneten von gemessenen Kräften
δ_{max}	mm	maximale radiale Verschiebung
δ_r	mm	radiale Verschiebung des Innenrings gegenüber dem Außenring
δ_φ	mm	winkelabhängige radiale Verschiebungen
ε	–	Lastverteilungsfaktor
θ	°	Winkel eines Lagerschadens gegenüber der Lastrichtung
κ	–	Steifigkeitsexponent des Hertz'schen Kontaktes
φ	rad	tangentiale Winkellage

φ_{exz}	rad	Winkellage der Exzentrizität
φ_{L}	rad	Winkelbereich der Lastzone
$\varphi_{\text{M}}, \varphi_{\text{T}}$	rad	Nullphasenwinkel der Modulations-, Trägerschwingung
σ	m/s ²	Standardabweichung
ψ	rad	tangentiale Winkellage der radialen Kraft
ψ_k	rad	Winkellage der Kraft F_k

1 Einleitung

Spannungswellengetriebe kommen aufgrund ihrer hohen Übersetzungen vor allem in Präzisionsantrieben (z. B. in Werkzeugmaschinen) zur Anwendung, in denen sie gegenüber anderen Schwingungsanregungen nur im geringen Maße zur Schallabstrahlung beitragen. Durch erste Anwendungen im Automotive-Sektor sind die akustischen Anforderungen an Spannungswellengetriebe in den letzten Jahren jedoch stark gestiegen, so dass eine geringe Schwingungsanregung und Schallabstrahlung für diese Anwendungen wesentliche Herausforderungen darstellen. Dabei tragen die Lager in diesen Getrieben sowohl als Quelle als auch als Übertragungsglied des Körperschalls einen bedeutenden Anteil zur Gesamtakustik bei. Gleichzeitig unterliegen sie durch das besondere Wirkprinzip der Getriebe einer kontinuierlichen elliptischen Verformung, die sich grundsätzlich von den Beanspruchungen konventioneller Wälzlager unterscheidet. Für eine auf geringe Schallabstrahlung und angenehmen Klang hin optimierte Entwicklung von Spannungswellengetrieben ist es von großem Interesse, welche Kräfte und Verformungen in den Lagern während der Rotation zur Schwingungserregung beitragen und wie diese von konstruktiven Parametern oder auch Lagerfehlern beeinflusst wird.

Eine zusätzliche Bedeutung kommt der Schwingungserregung im Rahmen der Wälzlagerdiagnose zu. Hierbei werden gemessene Körperschallsignale zur Beurteilung der Qualität und zur Identifikation von Beschädigungen genutzt. Die Qualitätsprüfung der in Spannungswellengetrieben verwendeten Lager erfolgt jedoch vor der elliptischen Vorspannung im unverformten Zustand, so dass bei der Montage eingebrachte Schäden oder geometrische Fehlstellungen nicht identifiziert werden können. Für eine umfassendere Qualitätsprüfung sowie für die Zustandsüberwachung von Spannungswellengetrieben im Betrieb stellt sich somit die Frage, wie sich Lagerschäden im verformten Zustand auswirken und inwiefern sich die Diagnoseverfahren unverformter Lager auch auf elliptisch verformte Lager anwenden lassen.

Sowohl die Strukturschwingungen, die durch Lager angeregt werden und zur Schallabstrahlung führen, als auch die zur Qualitätsprüfung und Zustandsüberwachung herangezogenen Oberflächenschwingungen sind Folgen der Kräfte, die zwischen den Lagerringen und den Wälzkörpern wirken. Für die Bestimmung dieser Kräfte kommen analytische, empirische und numerische Methoden zur Anwendung. Jedoch gehen sowohl die analytischen als auch die empirischen Berechnungen von runden, unverformten Lagerringen aus, so dass lediglich die numerische Analyse mittels der Finite-Elemente-Methode (FEM) auf elliptisch verformte Lager angewendet werden kann. Die Ergebnisse der FEM sind jedoch ohne experimentelle Absicherung nur begrenzt zuverlässig. Auch bedeutet die Berechnung der Lastverteilung und Verfor-

mungen eines Lagers unter Berücksichtigung sämtlicher Elastizitäten je nach Anzahl der abgebildeten Elemente in der Regel einen beträchtlichen numerischen Aufwand. Die Ermittlung von Zeitverläufen der Verformungen und Kräfte aus einer Abfolge von FE-Rechnungen über mehrere Sekunden und mit einer in der Akustik üblichen Abtastfrequenz übersteigt deswegen die Rechenkapazitäten heutiger Arbeitsplatzrechner.

Auch die Analyseverfahren der Schwingungsdiagnose wurden für Anwendungen mit unverformten Lagerringen entwickelt. Es wurde jedoch bisher nicht genauer untersucht, ob sich bestimmte Lagerschäden in ähnlicher Weise auf die Schwingungserregung elliptisch verformter Wälzlager auswirken und ob sie mit den bekannten Diagnoseverfahren identifiziert werden können.

Vor diesem Hintergrund wird in dieser Arbeit ein Zeitbereichsmodell zur Bestimmung der Kräfte und Verformungen in Kugellagern unter Berücksichtigung einer umlaufenden elastischen Verformung entwickelt. Das Modell soll es z. B. den Herstellern der Lager und Getriebe ermöglichen, mit geringem rechnerischen Aufwand Kraft- und Verformungsverläufe innerhalb der Lager zu ermitteln und somit Aussagen über ihre Schwingungserregung in Form von Anregungsfrequenzen und Amplituden zu treffen. Entsprechende numerische Untersuchungen einer bestimmten Lagergeometrie werden in dieser Arbeit vorgestellt. Zudem wird untersucht, wie sich einzelne geometrische Parameter und Lagerschäden auf die wirkenden Lagerkräfte und Verformungen auswirken.

Des Weiteren wird die Schwingungserregung elliptisch verformter Kugellager an einem speziell entwickelten Prüfstand experimentell untersucht. Die hierbei erlangten Erkenntnisse dienen zum einen der Validierung des Modells und zum anderen einer Gegenüberstellung der Auswirkungen bestimmter Lagerschäden im runden sowie im elliptisch verformten Zustand. Ihre Identifikation mittels Analysen der Schwingungsdiagnostik wird bewertet.

Das Modell und die in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen sollen Aufschluss darüber geben, welche Mechanismen der Schwingungserregung in elliptisch verformten Wälzlagern wirken und wie sie sich in Kräften und Verformungen innerhalb der Lager äußern. Dies soll zum einen zur möglichen Optimierung verformter Lager hinsichtlich ihrer Schwingungsanregung beitragen. Zum anderen soll durch ein besseres Verständnis der Auswirkungen von Lagerfehlern in verformten Lagern deren Identifikation mittels Schwingungsdiagnose erleichtert werden.

2 Stand der Forschung

Wälzlager gehören zu den am meisten verbreiteten Maschinenbauteilen überhaupt und kommen in verschiedensten Arten von Maschinen und Geräten zum Einsatz. Ihre Beanspruchung wurde vor allem im Hinblick auf ihre Auslegung und Lebensdauer ausgiebig untersucht. Die Schwingungserregung durch Wälzlager wurde dagegen meist unter dem Aspekt der Schwingungsdiagnose betrachtet, bei der weniger die Höhe der Belastungen als ihr zeitlicher Verlauf ausschlaggebend sind. Da Spannungswellengetriebe nur von wenigen Herstellern gefertigt werden und eine sehr spezifische Anwendung von Wälzlagern darstellen, stand eine genauere Untersuchung der in dieser Anwendung wirkenden Kontaktkräfte bisher nicht im Fokus der Forschung. Der Stand der Forschung für die Belastungen und Schwingungserregung von Wälzlagern wird im Folgenden näher erläutert.

2.1 Belastungen von Wälzlagern

Je nach Anwendung und Fragestellung können zur Analyse von Wälzlagern Berechnungsverfahren unterschiedlicher Komplexität angewendet werden. So kann die Auslegung und überschlägige Berechnung der Maximallasten und Lagerlebensdauer anhand von normierten Rechenvorschriften mit Hilfe von Herstellerangaben sogar von Hand durchgeführt werden [1, 2]. Auch die Bestimmung der Lastverteilungen innerhalb von Lagern infolge äußerer Lastzustände ist normiert [3]. Die Normen nutzen dabei analytisch hergeleitete Beziehungen über die Verformungen und Kräfte in Wälzlagern oder Kontaktpartnern im Allgemeinen. Als besonders prägend sind hier die historischen Arbeiten von Hertz [4] und Stribeck [5] zu nennen, die auch heute noch Gültigkeit besitzen. Hertz gelang es, die Kräfte, Verformungen und Kontaktfläche zwischen zwei beliebig gekrümmten, glatten Körpern infolge ihrer Berührung zu bestimmen. Stribeck hingegen befasste sich unter anderem mit der Reibarbeit in Kugellagern und wandte Hertz' Gleichungen an, um die Belastungen einzelner Kugeln infolge radialer Lasten zu berechnen. Die zusätzliche Belastung durch axiale Lasten sowie der Einfluss des Lagerspiels wurden erstmals von Sjövall [6] berücksichtigt. Sehr prägende Arbeiten, die nicht nur die Belastung sondern auch die Lebensdauer von Wälzlagern thematisierten, wurden von Palmgren verfasst [7]. Die von ihm zusammen mit Lundberg veröffentlichten Arbeiten stellen die Grundlage der heutigen Lebensdauerberechnung von Wälzlagern dar [8].

Seit den 1960er Jahren sind die mechanischen, hydrodynamischen und metallurgischen Phänomene in Wälzlagern mit Hilfe moderner Geräte und Methoden wie Elektronenmikroskopen oder numerischen Simulationen umfangreich untersucht worden, vor allem in Zu-

sammenhang mit speziellen Anforderungen z. B. an Schmierung, Materialien, Belastung oder hohe Drehzahlen. Die bis dahin entwickelten Methoden zur Bestimmung der Belastungen innerhalb von Wälzlagern besitzen für klassische Anwendungen bis heute Gültigkeit. Sie gehen von unverformten, ringförmigen Lagerringen und quasistatischen Lastfällen aus, was für einen Großteil der Lageranwendungen zulässig ist. Das heißt die Verformungen und Kräfte werden unter Vernachlässigung von Trägheitskräften und Reibungen für einzelne Lastfälle bestimmt. Zeitverläufe der Lastverteilungen werden nicht berechnet. Sind zusätzlich Verformungen der Lagerringe und angrenzender Bauteile von Interesse, wird teilweise vereinfachend eine sinusförmige Lastverteilung innerhalb der Lager angenommen [9], ohne diese jedoch näher zu begründen. In der Regel werden deswegen zur Berücksichtigung der Verformung aller Bauteile aufwändige numerische Rechnungen mittels der FEM durchgeführt [10]. Auch diese berechnen jedoch keine Zeitverläufe, sondern die Verformungen der Bauteile zu einem bestimmten Zeitpunkt. Es existiert somit bislang keine Möglichkeit, die zeitlichen Verläufe von Belastungen innerhalb von Wälzlagern unter Berücksichtigung von Verformungen der Lagerringe mit vertretbarem rechnerischen Aufwand zu berechnen.

2.2 Schwingungserregung

Erste intensive Untersuchungen der Schwingungserregung von Wälzlagern wurden Ende der 1950er und Anfang der 1960er Jahre im Auftrag der U.S. Navy durchgeführt, vor allem im Zusammenhang mit der Minimierung der Fluidschallabstrahlung von U-Booten. Als Quellen der Schwingungserregung wurden dabei geometrische Abweichungen der Lagerbauteile identifiziert, insbesondere die Welligkeit von Laufbahnen [11, 12]. Sunnersjö stellte fest, dass auch geometrisch ideale Lager durch zeitlich schwankende Steifigkeiten aufgrund der Wälzkörperbewegung zu Schwingungen führen [13]. Impulsartige Erregungen in Wälzlagern wurden hingegen bereits sehr früh auf fehlerhafte Wälzkörper und Laufbahnen zurückgeführt und für Diagnosezwecke genutzt [14]. Zwar dienen die Aussagen der Schwingungsdiagnose in der Regel der Qualitätsprüfung und Lebensdauerprognose von Lagern und nicht ihrer Lärminderung, sie nutzen jedoch akustisch relevante Größen wie Oberflächenschnellen oder sogar Schalldrucksignale. Im Vordergrund steht dabei das inverse Problem, also aus gemessenen Signalen Rückschlüsse auf den Zustand von Wälzlagern treffen zu können. Bereits in den 1980er Jahren standen hierfür verschiedene Analysemethoden zur Verfügung [15] und werden heute noch industriell eingesetzt. Aufgrund der Impulserregungen können beschädigte Lager sogar im Betrieb identifiziert und deren Schäden zum Teil einzelnen Bauteilen zugeordnet werden [16, 17]. Voraussetzung hierfür ist die Kenntnis der Drehzahl und der

Lagergeometrie. Ein mathematisches Modell für die Beschreibung dieser Impulse lieferten Mcfadden und Smith [18], die sie durch modulierte Impulsfolgen und dynamische Übertragungsfunktionen abbildeten. Dieses Impulsfolgenmodell ist weit verbreitet und wird auch in aktuellen Forschungsarbeiten aufgegriffen oder sogar erweitert [19-22]. Während es tonale und impulsartige Anregungen der Wälzlager umfasst, liefert es keine Erklärung für rauschar-tige Schwingungsanteile, die in Messdaten identifiziert werden konnten. Diese wurden von Sayles und Poon [23] auf den Abrollprozess von rauen Kontaktpartnern zurückgeführt. Erste richtungsweisende Arbeiten zur Beschreibung des Kontaktes rauer Oberflächen lieferten dabei Greenwood und Williamson [24]. Sie untersuchten Oberflächentopologien und plastische Verformungen experimentell und entwickelten ein Kontaktmodell rauer Oberflächen. Dessen Gültigkeit wurde durch McCool [25] in einem Vergleich existierender Modelle bestätigt. Demnach setzt sich der Kontakt zweier rauer Partner aus zahlreichen mikroskopischen, unabhängigen Einzelkontakten zusammen. Auf der Grundlage dieser Betrachtung führte Feldmann [26] die Rauscherregung in Wälzlagern auf eine Abfolge von Impulsen zurück, die sich aus dem stochastischen Bilden und Lösen zahlreicher einzelner Kontakte während des Abrollens ergeben.

Weitere ausführliche Untersuchungen zur Schwingungserregung durch abrollende Kontaktpartner wurden im Bereich des Rad-Schiene-Kontaktes durchgeführt [27]. Als prägend sind hier im Besonderen die Arbeiten von Remington und Thompson zu nennen [28-33]. Sie beschreiben die Schwingungserregung als eine Fußpunkterregung durch eine „äquivalente raue Oberfläche“, die aus Wechselwirkungen der Oberflächenprofile beider Kontaktpartner resultiert.

Unter Berücksichtigung der beschriebenen Erregungsmechanismen durch Steifigkeitsschwankungen, Welligkeiten, Stoßimpulse sowie das Abrollen rauer Oberflächen erstellten sowohl Guimaraes [34] als auch Behzad, Bastami und Mba [35] unabhängig voneinander numerische Modelle zur Simulation der Schwingungen von Wälzlagern im Zeitbereich. Guimaraes beschreibt die Rauscherregung mit dem Ansatz der äquivalenten Rauigkeit sowie mit Hilfe gemessener Übertragungsfunktionen. Behzad, Bastami und Mba hingegen verwenden das stochastische Modell von Feldmann zur Bestimmung von Erregungssignalen sowie von berechneten Übertragungsfunktionen und zeigen bessere Übereinstimmung mit gemessenen Signalen. Beide Modelle gehen dabei von unverformten, zylindrischen Lagerringen aus, für welche die von Stribeck [5] beschriebene Lastverteilung gilt, und entsprechen dem aktuellen

Stand der Forschung. Sie sind jedoch aufgrund der elastischen Verformungen in Spannungs-
wellengetrieben nicht auf die darin verwendeten Lager anwendbar.

In der Industrie werden dynamische Prozesse in Wälzlagern heutzutage vor allem mit Hilfe von kommerziellen Softwareprogrammen berechnet. Hier ist vor allem die Mehrkörpersimulation (MKS) zu nennen, die starre, glatte Körper über diskrete Feder- und Dämpferelemente und Kontaktbedingungen zu Mehrkörpersystemen verbindet, wobei die kontinuierliche Abbildung elastischer Körper nur begrenzt möglich ist [10]. Während MKS-Simulationen dynamische Eigenschaften wie das Resonanzverhalten oder Trägheitskräfte bestimmen können, ist eine Abbildung der Rauscherregung infolge des Abrollens in der Regel nicht möglich. Auch elastische Verformungen von Bauteilen können mit MKS-Simulationen nur begrenzt abgebildet werden.

2.3 Zielsetzung der Arbeit im Hinblick auf den Stand der Forschung

Das in dieser Arbeit entwickelte Modell soll es ermöglichen, die Lastverteilung innerhalb von Wälzlagern im Gegensatz zu den in den Abschnitten 2.1 und 2.2 beschriebenen Methoden auch unter Berücksichtigung verformter Lagerringe zu ermitteln. Auch sollen die zeitlichen Verläufe der Kräfte und Verformungen bestimmt werden können, wobei der rechnerische Aufwand deutlich geringer sein soll als bei derzeitigen FE-Berechnungen im Zeitbereich, so dass auch simulierte Zeiträume von mehreren Sekunden realisiert werden können. Zudem soll die Schwingungserregung durch raue Oberflächen und beschädigte Lagerbauteile berücksichtigt werden, um untersuchen zu können, ob die nach Sturm [15] ermittelten Auswirkungen von Lagerschäden auch auf elliptisch verformte Lager zutreffen.

Zur Umsetzung der beschriebenen Ziele wird ein quasistatischer Modellansatz gewählt, so dass die Gesamtverformungen der Lager in verschiedenen Zeitpunkten unabhängig voneinander mittels Superposition einzelner Lastfälle ermittelt werden kann. Dies reduziert die Komplexität des Modells erheblich und ermöglicht zudem die Verteilung der Berechnungen auf mehrere Rechner. Dieser Ansatz beschränkt die Gültigkeit des Modells zwar auf den quasistatischen Frequenzbereich der Lager, wodurch Resonanzeffekte nicht berücksichtigt werden können. Da die wesentlichen Anregungsfrequenzen der Lager jedoch unterhalb des Resonanzbereiches liegen, können die Auswirkungen dieser Anregungen mit dem Modell beschrieben werden.

3 Grundlagen

In diesem Kapitel wird zunächst die Funktionsweise der Spannungswellengetriebe erläutert, in denen elliptisch verformte Lager zum Einsatz kommen. Weiterhin sollen einige grundlegende Zusammenhänge der Wälzlagertechnik sowie der Stand der Technik hinsichtlich ihrer Qualitätsprüfung und Schadensdiagnose erläutert werden. Abschließend werden bewährte sowie aktuelle Berechnungsverfahren und Lagermodelle vorgestellt, die sich mit den Belastungen und Schwingungserregungen von Wälzlagern beschäftigen.

3.1 Getriebeaufbau und -funktion

Bevor auf den Stand der Technik eingegangen wird, soll zunächst der prinzipielle Aufbau und die Funktion von Spannungswellengetrieben beschrieben werden. Diese gehen auf ein US-amerikanisches Patent aus dem Jahr 1959 [36] zurück und werden in Europa in erster Linie durch die Harmonic Drive AG und ihre Tochtergesellschaften produziert und vertrieben, so dass Spannungswellengetriebe häufig auch als Harmonic-Drive-Getriebe bezeichnet werden. Diese bestehen im Wesentlichen aus vier Komponenten: a) einem meist ellipsenförmig ausgeführten Exzenter (im Weiteren Ellipse genannt), b) einer Lagereinheit, c) einem außenverzahnten, elastischen Topf und d) einem innenverzahnten starren Hohlrad (Abbildung 3-1). Dieses weist in der Regel zwei Zähne mehr auf als der Ring. Seltener existieren auch Ausführungen mit Differenzen von drei oder vier Zähnen. Diese Arbeit beschränkt sich jedoch auf die Zähnedifferenz von 2 und eine elliptische Exzenterform.

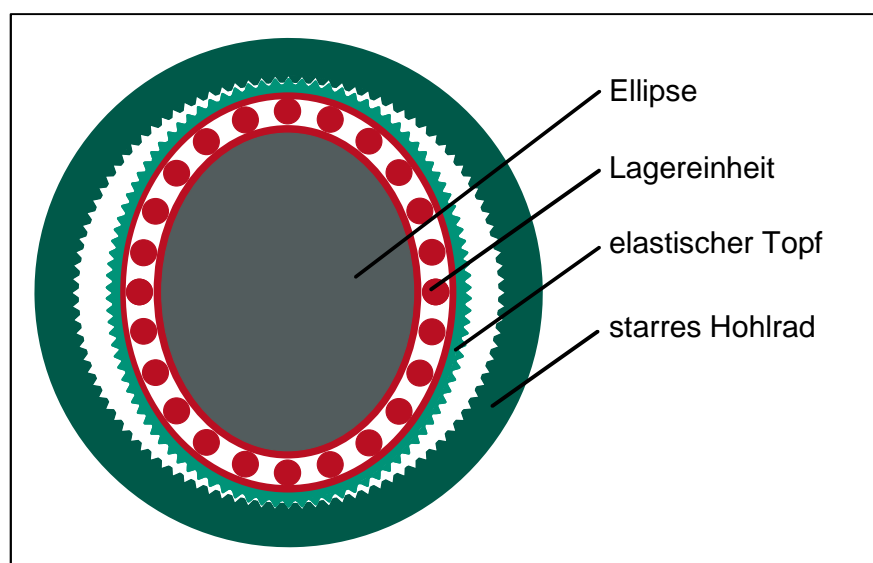


Abbildung 3-1: Spannungswellengetriebe

Die Kinematik des Getriebes soll anhand eines Beispiels mit feststehender Scheibe und 100 Zähnen gezeigt werden. Der Exzenter verformt das Lager sowie den Ring elliptisch, so dass es im Bereich der großen Ellipsenachse zu einem Zahneingriff zwischen dem Ring und der Scheibe kommt (Abbildung 3-2, links). Wird der Exzenter um 90° gedreht, bewegt sich der Zahneingriff mit der hohen Ellipsenachse mit, wobei er durch den Kontakt über 25 Zähne sowohl am Ring als auch an der Scheibe wandert (Abbildung 3-2, Mitte). Durch die geringere Zähnezah am Ring decken 25 Zähne jedoch einen größeren Winkelbereich dieses Bauteils ab als auf der Scheibe. Diese Winkeldifferenz wird durch eine geringfügige Rotation des Ringes in entgegengesetzter Drehrichtung des Exzenter kompensiert, die dem Ring durch den Zahneingriff aufgezwungen wird. Dadurch bewegt sich der Ring gegenüber der Scheibe bei einer halben Umdrehung um einen Zahn (Abbildung 3-2, rechts), bei einer ganzen Drehung um zwei Zähne. Somit resultiert eine vollständige Drehung des Ringes nach 50 Umdrehungen des Exzenter, was in diesem Fall zu einer Untersetzung von 50:1 führt. Größere Ausführungen dieser Getriebeform mit höherer Zähnezah können so Untersetzungen von mehr 300:1 erreichen.

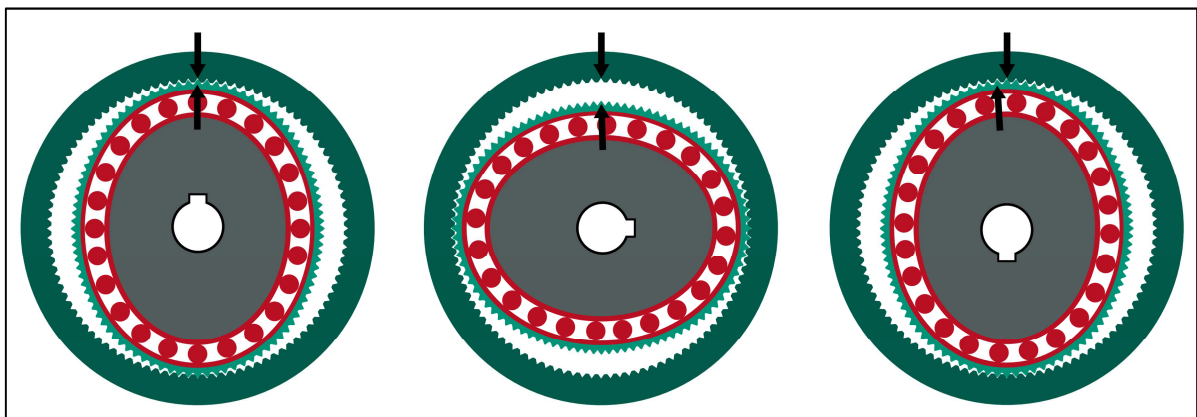


Abbildung 3-2: Getriebekinematik während einer halben Umdrehung

Aufgrund ihres Funktionsprinzips zeichnen sich Spannungswellengetriebe gegenüber anderen Bauformen wie Stirnrad- oder Planetengetrieben durch ihre präzisen Übertragungseigenschaften, hohe Übersetzungen in einer Stufe, eine kompakte Bauform sowie durch ihre Spielfreiheit aus. Durch diese Eigenschaften eignen sie sich vor allem für präzise Positionierantriebe und werden z.B. in der Robotik, dem Werkzeugmaschinenbau oder der Medizintechnik verwendet [37]. Je nach Größe können Spannungswellengetriebe in verschiedenen Drehzahlbereichen betrieben werden. Durch die fortwährende Verformung im Betrieb sind Eingangsdrehzahlen oberhalb von 2000 U/min jedoch unüblich.

3.2 Grundlegende Zusammenhänge der Bewegungen in Wälzlagern

Im Folgenden werden kurz die Geometrie, die Kinematik sowie die Dynamik von Wälzlagern beschrieben.

3.2.1 Geometrie

Die für die Bewegungen und Beanspruchungen in Wälzlagern kennzeichnenden Geometriegrößen sind in Abbildung 3-3 abgebildet. Diese sind die Durchmesser und Krümmungsradien der Innen- und Außenwälzbahnen D_I , D_A bzw. r_I , r_A , die Durchmesser der Wälzkörper D_W , ihre Anzahl, die Radialluft sowie der Durchmesser der Kreisbahn, auf der sie sich bewegen, auch Teilkreisdurchmesser D_T genannt.

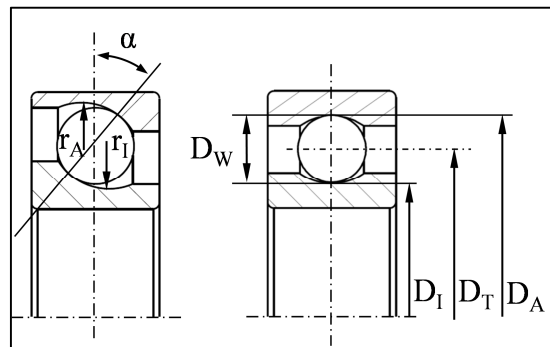


Abbildung 3-3: wesentliche Geometriegrößen von Wälzlagern

Weiterhin ist der Druckwinkel α zu nennen. Er beschreibt die Richtung einer Geraden in der Radialebene des Lagers, entlang derer die Druckkräfte zwischen Innen- und Außenring übertragen werden, auch Drucklinie genannt. Sie stimmt in guter Näherung mit der Geraden überein, welche die Berührungspunkte eines Wälzkörpers mit der Außen- und Innenbahn schneidet, siehe Abbildung 3-3, links. Die Massenkräfte der Wälzkörper werden dabei gegenüber den Reaktionskräften der Lagerungen vernachlässigt. Diese Annahme ist für normal-, hochbelastete und langsam drehende Lager zulässig [15] und kann angesichts der betrachteten Drehzahlen für diese Arbeit getroffen werden. Des Weiteren wird ein Druckwinkel von 0° angenommen, da die axialen Kräfte in Spannungswellengetrieben durch den radialen Zahn-eingriff mit gerader Verzahnung gegenüber den Radialkräften klein sind.

3.2.2 Kinematik und charakteristische Frequenzen

Die Kinematik von Wälzlagern, also die Geschwindigkeiten der einzelnen Bauteile zueinander, ist von besonderem Interesse, da diese Größen zu charakteristischen Frequenzen führen, die

im Rahmen der modernen Schwingungsdiagnostik messtechnisch erfasst werden können und die je nach Ausprägung Rückschlüsse auf den Zustand des Lagers zulassen. Diese Frequenzen sind lediglich von der Drehfrequenz f_n , der Wälzkörperanzahl z und der Geometrie der Lager abhängig, wobei von idealem Abrollen der Wälzkörper auf den Laufbahnen ausgegangen wird. Im Folgenden sind die charakteristischen Frequenzen von Lagern mit dem Druckwinkel 0° und feststehendem Lageraußenring aufgeführt [15]:

- Rotationsfrequenz des Käfigs

$$f_{Kä} = \frac{1}{2} f_n \cdot \left(1 - \frac{D_W}{D_T}\right), \quad 3-1$$

- Überrollfrequenz der Wälzkörper auf dem Innenring

$$f_I = \frac{1}{2} f_n \cdot z \cdot \left(1 + \frac{D_W}{D_T}\right), \quad 3-2$$

- Überrollfrequenz der Wälzkörper auf dem Außenring

$$f_A = \frac{1}{2} f_n \cdot z \cdot \left(1 - \frac{D_W}{D_T}\right), \quad 3-3$$

- Frequenz des Kontaktes eines wälzkörperfesten Punktes mit der Außenbahn

$$f_{WA} = \frac{1}{2} f_n \cdot \left(\frac{D_T}{D_W} - \frac{D_W}{D_T}\right), \quad 3-4$$

- Frequenz des Kontaktes eines wälzkörperfesten Punktes mit beiden Lagerbahnen (im Weiteren Kugelkontaktfrequenz genannt)

$$f_W = 2 \cdot f_{WA} = f_n \cdot \left(\frac{D_T}{D_W} - \frac{D_W}{D_T}\right). \quad 3-5$$

Die charakteristischen Frequenzen sind häufig in Spektren gemessener Schwingungssignale an rotierenden Maschinen detektierbar, vor allem bei beschädigten Lagern. Die Identifikation einzelner Schäden anhand von Messdaten wird in Abschnitt 3.4 näher beschrieben.

3.2.3 Resonanzverhalten

Die Schwingungen von Wälzlager werden in der Regel am Außenring oder aus praktischen Gründen auf Gehäuseoberflächen von Maschinen und Anlagen gemessen. Schwingungserre-

gungen durch rotierende Wellen sowie durch Erregungsprozesse innerhalb der Wälzlager werden dabei über die beanspruchten Wälzkörper und den Lageraußenring übertragen. Daher ist das Resonanzverhalten dieser Bauteile von besonderem Interesse.

Die Resonanzen des Lageraußenringes können in Biege- und Dehnungsschwingungen in Ringebene sowie in Schwingungen senkrecht zur Ringebene unterteilt werden. Die Eigenfrequenzen erhöhen sich für kleinere Lager, wobei die tiefsten Eigenfrequenzen den Biegeschwingungen in Ringebene zuzuordnen sind. Bei Lagern mittlerer Größenordnung befinden sich dadurch nur diese im akustisch relevanten Frequenzbereich, so dass Dehnschwingungen und Schwingungen außerhalb der Ringebene nicht weiter betrachtet werden müssen [38]. Während die Resonanzfrequenzen heute mittels numerischer Berechnungen ermittelt werden können, sind hierfür in der Vergangenheit auch halbempirische Gleichungen entwickelt worden. Für die ersten beiden Eigenfrequenzen eines Lageraußenringes f_{RA} gilt somit nach [38]

$$f_{RA} = 0,41 \cdot 10^3 \cdot \frac{\sqrt{B \cdot D \left(1 - \frac{H}{D}\right)}}{D^2} \cdot \frac{(m+1) \cdot ((m+1)^2 - 1)}{\sqrt{(m+1)^2 + 1}} \quad 3-6$$

in kHz und mit $m=1, 2$. D ist dabei der Außendurchmesser, B die Breite und H der resultierende Innendurchmesser des Ringes in mm, der gebildet wird, indem die Querschnittsfläche des Ringes auf ein Rechteck gleicher Außenmaße aufgeteilt wird (siehe Abbildung 3-4).

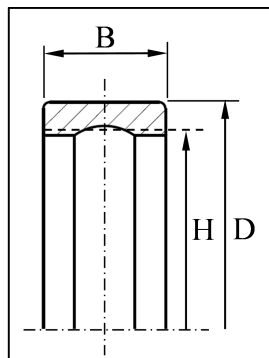


Abbildung 3-4: resultierender Innendurchmesser des Lageraußenringes

Die Resonanzfrequenz einer Stahlkugel f_{KR} berechnet sich nach [15] mit

$$f_{KR} = \frac{3076 \text{ kHz} \cdot \text{mm}}{D_W} \quad 3-7$$

Somit müsste eine Kugel einen Durchmesser von mindestens 153 mm aufweisen, damit sich ihre Eigenfrequenz im hörbaren Frequenzbereich befindet. Da die Wälzkörper der Lager in Spannungswellengetrieben jedoch wesentlich kleiner sind, wird das Resonanzverhalten der Wälzkörper in dieser Arbeit nicht weiter berücksichtigt.

3.3 Modellierung und Berechnungen von Wälzlagerbelastungen

Für die Berechnung der Belastungen, Verformungen und Schwingungserregungen von Wälzlagern kommen analytische, empirische sowie numerische Methoden zum Einsatz, die sich in Aufwand und Aussagekraft stark unterscheiden. Im Folgenden werden einige Modelle und Berechnungen detaillierter vorgestellt, die für diese Arbeit relevant sind, da sie für das entwickelte Modell genutzt oder mit dessen Ergebnissen verglichen werden. Dabei wird vor allem auf kugelförmige Wälzkörper eingegangen.

3.3.1 Hertz'sche Flächenpressung

Die ersten umfassenden und detaillierten Betrachtungen der Verformungen und Kontaktkräfte zwischen zwei glatten, gekrümmten, sich berührenden Körpern wurden von Heinrich Hertz bereits 1881 veröffentlicht [4]. Sie wurden seitdem vielfach belegt und besitzen bis heute Gültigkeit. Unter der Bedingung von Homogenität sowie Isotropie beider Kontaktpartner als auch der Gültigkeit des Hookeschen Gesetzes erkannte Hertz, dass sich diese vor allem in unmittelbarer Nähe des Kontaktes verformen. Bei Kontaktpartnern mit Punktkontakt bildet sich dabei eine elliptische Kontaktfläche mit den Halbachsen a und b sowie der maximalen Spannung p_{\max} im Zentrum aus (siehe Abbildung 3-5). Die Kontaktfläche hängt von den Krümmungsradien r_{11} , r_{12} , r_{21} und r_{22} (siehe Abbildung 3-6) sowie von den elastischen Eigenschaften der Kontaktpartner ab. Hertz konnte sowohl die Form und Größe der Kontaktfläche als auch die Spannungsverläufe im Inneren der Kontaktpartner bestimmen. Auch berechnete er die resultierende Annäherung beider Körper. Für diese Arbeit ist vor allem die Modellierung der Steifigkeit des Kontaktes und der Zusammenhang zwischen der Annäherung der Kontaktpartner δ und der Kontaktkraft Q von Interesse. Dieser wird durch

$$\delta = K(r_{11}, r_{12}, r_{21}, r_{22}) \cdot \sqrt[3]{\frac{9Q^2(1 - \nu^2)^2 \cdot \sum k}{8E^2}} = \left(\frac{Q}{C_{\text{Hertz}}}\right)^{2/3} \quad 3-8$$

beschrieben. Hierbei ist $\sum k = 1/r_{11} + 1/r_{12} + 1/r_{21} + 1/r_{22}$ die Summe der Krümmungen der Kontaktpartner.

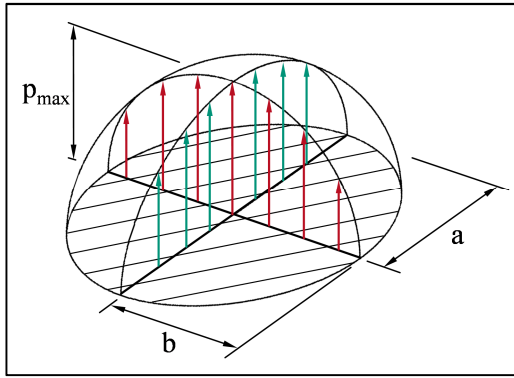


Abbildung 3-5: elliptische Kontaktfläche, nach [39]

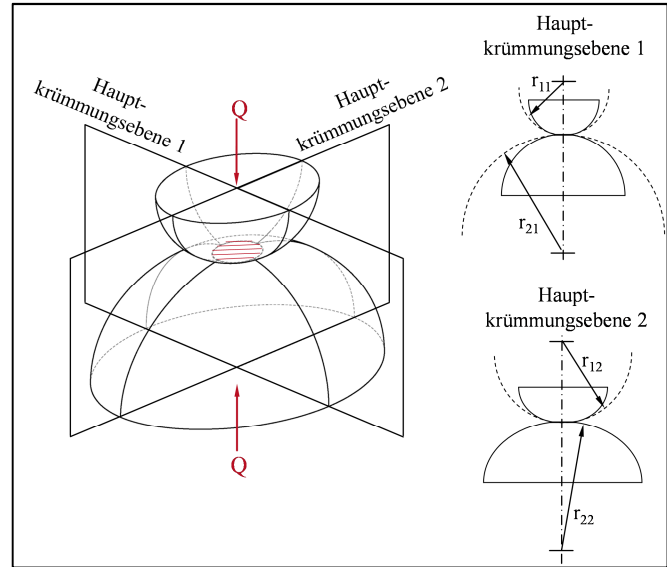


Abbildung 3-6: Krümmungsradien zweier beliebiger Kontaktkörper, nach [40]

Die Konstante K kann mit Hilfe von Beiwerten bestimmt werden, die von Hertz für beliebig gewölbte Körper berechnet worden sind und Tabellen entnommen werden können [40]. C_{Hertz} stellt den Steifigkeitskoeffizienten des Kontaktes dar. E bezeichnet den E-Modul und ν die Poisson-Zahl der Kontaktpartner (die in dieser Arbeit einheitlich aus Baustahl bestehen). Wie aus Gl. 3-8 hervorgeht, steigt die Annäherung beider Körper nicht linear mit der Kraft, sondern ist proportional zu $Q^{2/3}$. Der Kontakt wird also mit wachsenden Kräften steifer, was bei einer Modellierung von Lagern unter Umständen berücksichtigt werden muss. Häufig wird für eine einfachere mathematische Handhabung eine Linearisierung des Kontaktes um den Betriebspunkt durchgeführt. Der Betriebspunkt (also die mittlere Kontaktkraft und die entsprechende Steifigkeit) muss hierfür jedoch bekannt sein.

Analoge Berechnungen wurden von Hertz auch für den Fall von Linienkontakten durchgeführt. An dieser Stelle soll lediglich erwähnt werden, dass für diesen Fall der Zusammenhang der Annäherung der Kontaktpartner δ und der Kontaktkraft Q mit $\delta \approx Q^{9/10}$ eine geringere Nichtlinearität aufweist. Allgemein kann der Zusammenhang zwischen der Kontaktkraft und der Annäherung zweier Kontaktpartner durch

$$Q = C_{\text{Hertz}} \cdot \delta^{\kappa} \quad 3-9$$

mit $\kappa = 3/2$ für Punktkontakt und $\kappa = 10/9$ für Linienkontakt angegeben werden. Betrachtet man bei Wälzlagern δ als gesamte Annäherung zwischen Innen- und Außenring an einem bestimmten Wälzkörper, müssen beide Kontakte mit diesem berücksichtigt werden. Dies kann

durch einen resultierenden Steifigkeitskoeffizienten ausgedrückt werden, der sich aus den Koeffizienten der Kontakte mit Innen und Außenring C_I und C_A nach

$$C_{\text{Hertz}} = \frac{1}{\left(C_I^{-1/\kappa} + C_A^{-1/\kappa}\right)^\kappa} \quad 3-10$$

bestimmen lässt.

3.3.2 Lastverteilung innerhalb von Lagern

Basierend auf den im vorangegangenen Abschnitt beschriebenen Kraft-Verformungs-Beziehungen berechnete Stribeck [5] bereits 1900 die Lastverteilung in spielfreien Kugellagern. Allgemeinere Aussagen über die Steifigkeiten von Lagern und die Kräfteverteilungen auf einzelne Wälzkörper bei bekannten äußeren Belastungen leitete Harris [41] her. Die Berechnungen gehen generell von folgenden Annahmen aus:

- Reibkräfte und -momente haben gegenüber radialer Kräfte keinen wesentlichen Einfluss auf die Lastverteilung innerhalb der Wälzkörper,
- die Trägheitskräfte der Wälzkörper sind klein gegenüber den Belastungen durch äußere Lasten,
- bei der Verschiebung des Innenrings gegenüber dem Außenring aufgrund einer äußeren Last behalten beide Bauteile ihre Ringform bei.

Unter diesen Annahmen können die wirkenden Kräfte auf die einzelnen Wälzkörper quasistatisch berechnet werden. In diesem Abschnitt wird die Herleitung für radial belastete Lager kurz dargestellt.

Eine radiale Verschiebung des Innenrings gegenüber dem Außenring δ_r führt zur radialen Verschiebungen in den einzelnen Wälzkörpern δ_φ in Abhängigkeit von ihrem tangentialen Winkel φ nach

$$\delta_\varphi = \delta_r \cos \varphi - \frac{1}{2}S. \quad 3-11$$

S ist hierbei das radiale Spiel des Lagers, siehe Abbildung 3-7. Der Winkelbereich der Lastzone φ_L kann mit

$$\varphi_L = \arccos\left(\frac{S}{2\delta_r}\right)$$

3-12

berechnet werden.

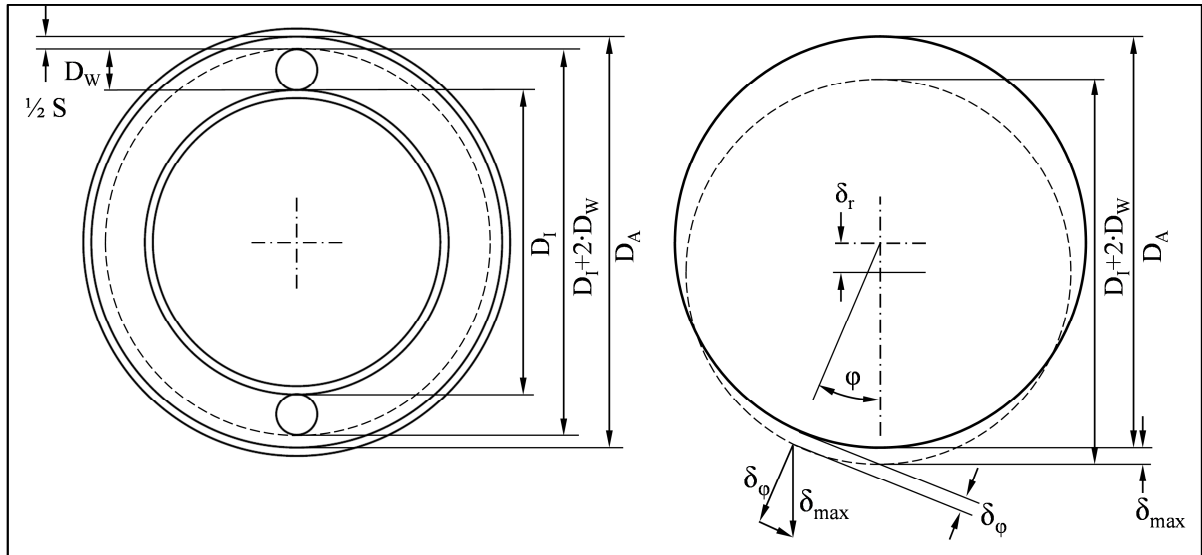


Abbildung 3-7: Lager vor (links) und nach radialer Verschiebung (rechts)

Die radialen Verschiebungen δ_φ können in Form von

$$\delta_\varphi = \delta_{\max} \left(1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos \varphi) \right) \quad 3-13$$

mit dem Lastverteilungsfaktor ε

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{S}{2\delta_r} \right) \quad 3-14$$

auch als Funktion von δ_{\max} beschrieben werden. Leitet man unter Verwendung von Gl. 3-9 die Verhältnisse der einzelnen Lasten Q_φ zur Maximallast Q_{\max} her,

$$\frac{Q_\varphi}{Q_{\max}} = \left(\frac{\delta_\varphi}{\delta_{\max}} \right)^\kappa, \quad 3-15$$

so ergibt sich mit Gl. 3-13 die Verteilung der Lasten über den Winkel φ zu:

$$Q_\varphi = Q_{\max} \left(1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos \varphi) \right)^\kappa. \quad 3-16$$

In Abbildung 3-8 sind beispielhaft Lastverteilungen mit und ohne Spiel dargestellt. Mit Spiel verkleinert sich der Lastbereich, was durch eine Erhöhung der einzelnen Lasten kompensiert wird.

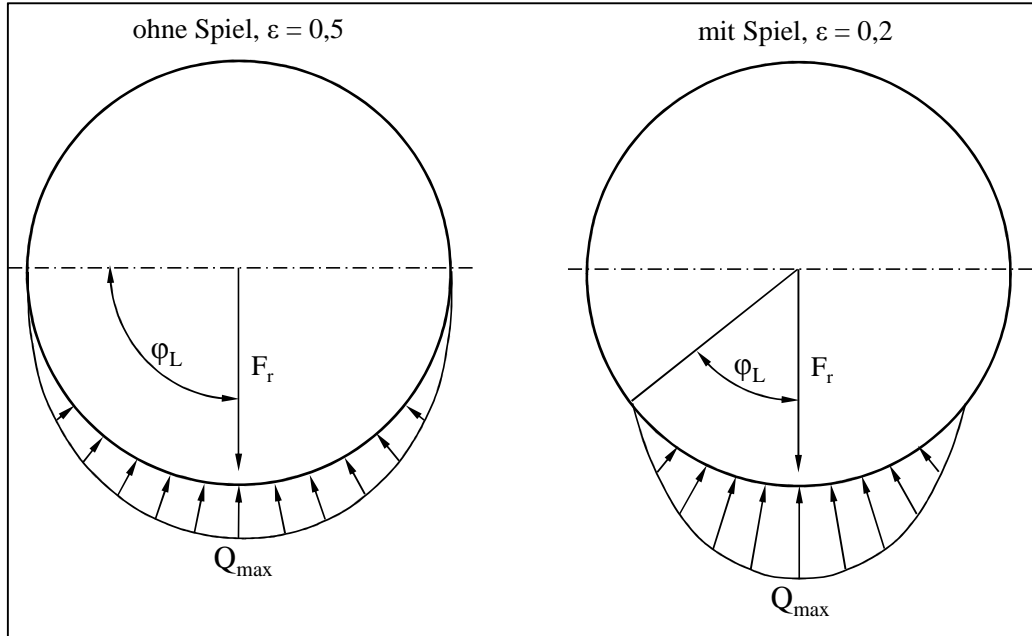


Abbildung 3-8: Lastverteilung eines radial belasteten Rillenkugellagers ohne und mit Spiel

Die wirkende Radialkraft auf das Lager

$$F_r = \sum_{\varphi=0}^{\varphi=\pm\varphi_L} Q_\varphi \cos \varphi \quad 3-17$$

steht im Gleichgewicht mit den vertikalen Komponenten der Einzellasten. Durch Einbindung von Gl. 3-9 und Gl. 3-16 erhält man

$$F_r = C \left(\delta_r - \frac{1}{2} S \right)^\kappa \cdot \sum_{\varphi=0}^{\varphi=\pm\varphi_L} \left(1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos \varphi) \right)^\kappa \cos \varphi. \quad 3-18$$

Ist in Gl. 3-18 die radiale Last bekannt, stellt die radiale Verschiebung δ_r bei Berücksichtigung von Gl. 3-12 und Gl. 3-14 die einzige Unbekannte dar. Sie kann zwar nicht explizit ermittelt, jedoch über iterative Verfahren bestimmt werden. Die Lasten der einzelnen Wälzkörper lassen sich bei bekannter Verschiebung mittels Gl. 3-11 und Gl. 3-9 bestimmen.

Für radial beanspruchte Kugellager ohne Spiel besitzt auch die Berechnung nach [5]

$$Q_{\max} = \frac{4,37F_r}{Z \cos \alpha}$$

3-19

weiterhin Gültigkeit, wobei Z für die Anzahl der Kugeln des Lagers steht.

3.3.3 Schwingungserregung von Wälzlagern

Die stärkste Schwingungserregung von Wälzlagern erfolgt durch Lagerschäden. Diese beginnen in der Regel als lokale Oberflächenfehler z. B. in Form von kleinsten Materialausbrüchen oder Rissen. Beim Überrollen einer solchen Unebenheit kommt es zu einem kurzen Kraftimpuls zwischen den Kontaktpartnern, der umso höher ausfällt, je größer die Anpresskraft ist. Das wiederholende Überrollen der Fehlerstelle führt in Abhängigkeit von der Lage des Fehlers zu einer Folge von Impulsen mit charakteristischer Frequenz (siehe Abschnitt 3.2.2). Der Verlauf der Kraftimpulse kann nach [18] durch

$$F_{\text{Imp}}(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \delta_D(t - iT) \cdot Q(\theta) \quad 3-20$$

mit dem Dirac-Stoß δ_D , der Zeit zwischen zwei Impulsen T , dem Winkel des Schadens gegenüber der Lastrichtung θ und der Lastverteilung des Lagers Q (siehe Abschnitt 3.3.2) ausgedrückt werden. Wandert der Schaden durch die Rotation gegenüber der Lastrichtung, dann weist $Q(t)$ einen periodischen Verlauf auf, so dass die Impulsfolge mit der Rotationsfrequenz des beschädigten Bauteils moduliert ist, siehe Abbildung 3-9, oben. Unter Berücksichtigung des dynamischen Verhaltens der Struktur kann das messbare Schwingungssignal als

$$x_{\text{Imp}}(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} h(t - iT) \cdot Q(iT) \quad 3-21$$

mit der Impulsantwort der Struktur $h(t)$ und der von der Zeit abhängigen Last Q im Ort des i -ten Impulses modelliert werden, siehe Abbildung 3-9, unten.

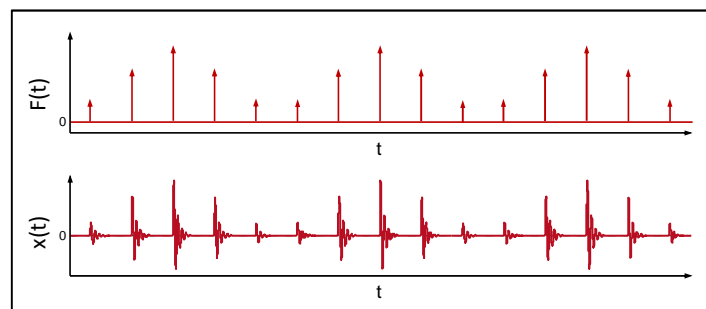


Abbildung 3-9: Krafterregung und Schwingungssignal nach dem Impulsfolgenmodell

Eine weitere Quelle der Schwingungserregung resultiert aus den rauen Oberflächen der Laufbahnen und der Wälzkörper, die aufeinander abrollen. Diese kann über ein stochastisches Kontaktmodell beschrieben werden [23, 25, 26, 39]. Demnach setzt sich die tatsächliche Kontaktfläche zweier rauer Körper aus zahlreichen Einzelkontakten innerhalb der von Hertz berechneten Kontaktfläche zusammen, die sich beim Abrollen bilden und lösen und somit zu Kraftimpulsen führen. Da Oberflächeneigenschaften wie die Höhe und die Radien einzelner Unebenheiten stochastisch verteilt sind, hat die Impulserregung stochastischen und dadurch rauschartigen Charakter. Dabei wird jeder einzelne Kontakt als mechanisch unabhängiger Hertz'scher Kontakt angenommen, dessen Kontaktkraft aus der Annäherung und den Radien der jeweiligen Unebenheiten resultiert, siehe Abbildung 3-10. Die Summe der Einzelkräfte bildet die Anpresskraft der Kontaktpartner.

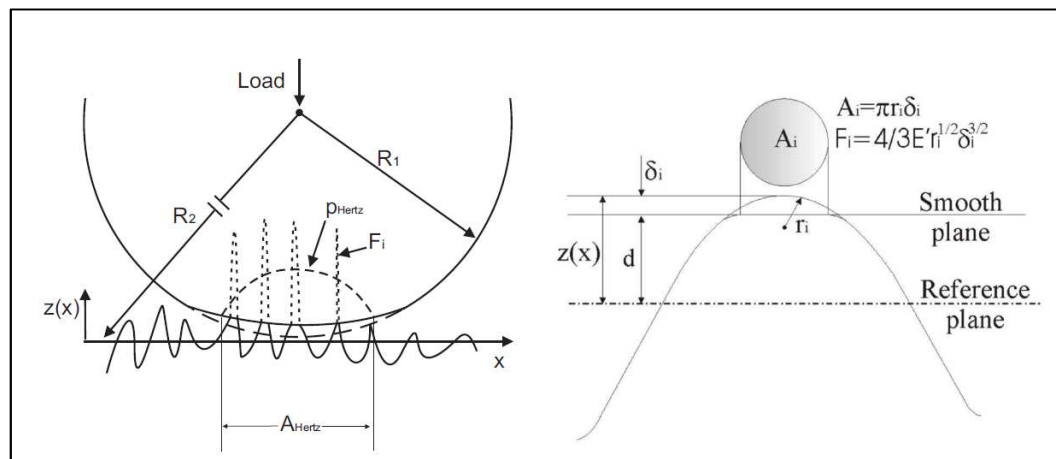


Abbildung 3-10: raues Kontaktmodell, aus [34] (mit freundlicher Genehmigung des Autors)

Die Zeitpunkte, die Dauer und die Höhe der Kraftimpulse sind somit eine Funktion der Oberflächenbeschaffenheiten, der Anpresskraft sowie der Drehzahl der Kontaktpartner. Das Leistungsspektrum dieser Krafterregung wurde durch Feldmann analysiert und in Abhängigkeit von Parametern wie Drehzahl oder Anpresskraft untersucht [26].

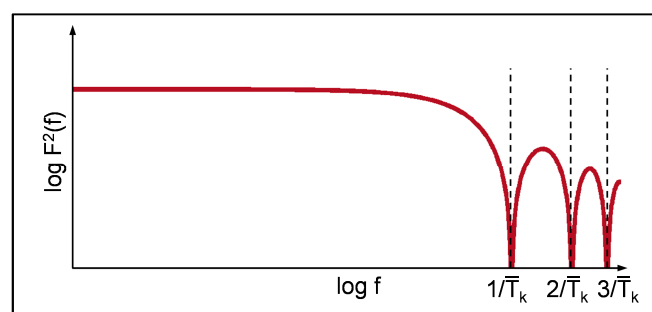


Abbildung 3-11: Spektrum der Rauscherregung, nach [26]

Demnach ist die Amplitude des Spektrums proportional zur Anpresskraft. Zudem ergeben sich Einbruchsfrequenzen beim Kehrwert der mittleren Impulsdauer aller Einzelkontakte $\overline{T_K}$ sowie bei den höheren Harmonischen dieser Frequenz, siehe Abbildung 3-11. Für $\overline{T_K}$ muss dem Modell nach

$$\overline{T_K} < 2a/v_K \quad 3-22$$

gelten, wobei a die Länge der großen Halbachse der Hertz'schen Flächenpressung und v_K die Wälzkörperrollgeschwindigkeit darstellt. Anschaulich bedeutet dies, dass die maximale Dauer eines Einzelimpulses nicht größer sein kann als die Zeit, in der der rollende Körper über der maximalen Ausdehnung der Hertz'schen Kontaktfläche hinwegrollt. Aufgrund der geringen Ausdehnung dieser Fläche liegt $1/\overline{T_K}$ jedoch weit außerhalb des Hörbereiches, so dass die Amplitude der Schwingungserregung für den betrachteten Frequenzbereich als konstant angenommen werden kann.

3.4 Qualitätsprüfung und Wälzlagerdiagnose

Die zur Wälzlagerdiagnose verwendeten Verfahren werden bislang ausschließlich an unverformten, zylindrischen Wälzlagern angewendet. Auch die Lager von Spannungswellengetrieben werden vor ihrer Montage in ihrem unverformten Zustand mit diesen Methoden geprüft. Dabei wird davon ausgegangen, dass einerseits sich so diagnostizierte Lagerfehler auch beim verformten Zustand auswirken und andererseits alle für den verformten Zustand relevanten Lagerfehler identifiziert werden können. Untersuchungen, die diese Annahmen überprüfen, sind bislang jedoch nicht bekannt.

Um zu prüfen, ob ein Lager Schädigungen aufweist, können seine Laufbahnen und die Wälzkörper nach vorangegangener Demontage unter dem Mikroskop untersucht werden. In der Praxis erfolgt die Lagerprüfung jedoch überwiegend mittels Schwingungsdiagnose, da diese eine Identifikation verschiedener Lagerfehler im Sinne eines Monitorings während des Betriebes ermöglicht. Bei der Schwingungsdiagnose nutzt man die Tatsache, dass bestimmte Lagerschäden im Betrieb zu spezifischen Schwingungsanregungen führen, die durch Schwingungsaufnehmer auf den Oberflächen von Maschinenstrukturen messtechnisch erfasst werden können. Durch geeignete Analysen können anhand der Schwingungssignale häufige Lagerfehler detektiert werden. Dabei ist jedoch zu bedenken, dass die Ausprägung der Auswirkungen unterschiedlicher Schäden auch maßgeblich von der jeweiligen Konstruktion und vom Ort des Schwingungsaufnehmers abhängt. Eine effiziente Schwingungsdiagnose ist daher stets auf

den speziellen Anwendungsfall anzupassen. Sie kann teilweise auch automatisiert durchgeführt werden. Hierbei werden Schäden durch Überschreitungen von Grenzwerten identifiziert, die für einzelne Analysemethoden und den speziellen Anwendungsfall bekannt sein müssen. Die meist verbreiteten Analysearten, die auch auf die in dieser Arbeit ermittelten Signale angewendet wurden, sind im Folgenden näher beschrieben. Auch wird dargestellt, wie sich typische Lagerfehler auf die Schwingungserregung auswirken und wie sie sich in den beschriebenen Analysen äußern.

3.4.1 Zeitsignale

Die einfachste Auswertung der erfassten Signale erfolgt über die Betrachtung ihres Zeitverlaufs. Hier können defekte oder verschmutzte Lager zum Teil bereits erkannt werden, indem sie zum Beispiel durch stoßartige Signalverläufe auffallen oder empirisch ermittelte Grenzwerte überschritten werden. Jedoch ist dies meist erst bei fortgeschrittener Beschädigung möglich. Auch können betroffene Bauteile in der Regel nicht identifiziert werden.

3.4.2 Amplitudenspektrum, Ordnungsanalyse

Eine gängige Analyse der Signale ist die Betrachtung ihrer Frequenzspektren, die in der Regel mit Hilfe der Fast-Fourier-Transformation (FFT) [42] gebildet werden und einzelne Schwingungsanteile sichtbar machen (Abbildung 3-12).

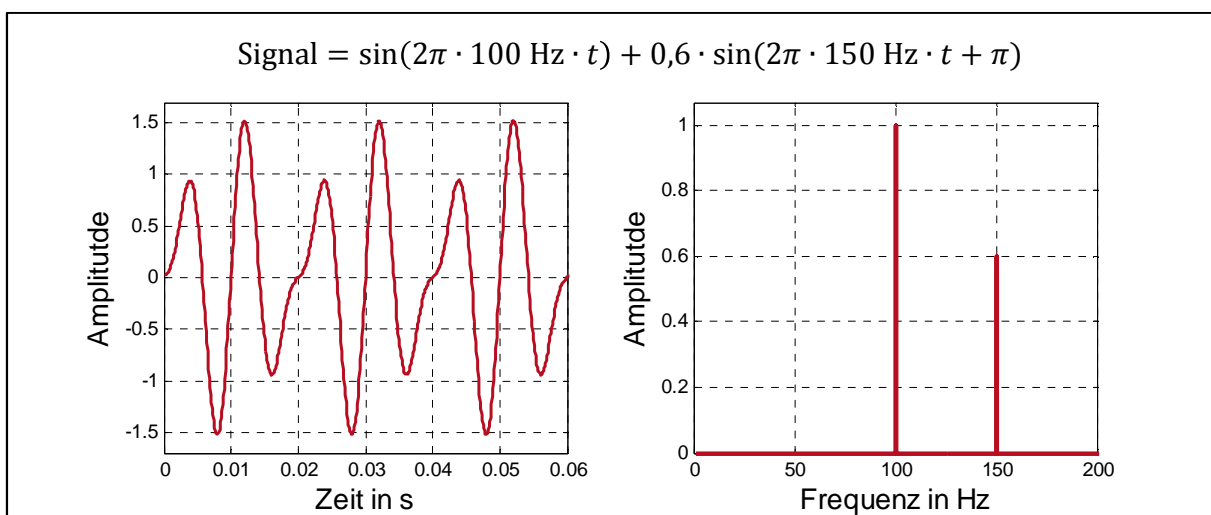


Abbildung 3-12: Darstellung im Zeit- und Frequenzbereich

Alternativ zur FFT ist in einer Ordnungsanalyse auch eine Auftragung über Vielfache der Drehfrequenz möglich. Mit der Kenntnis der Drehzahl und der charakteristischen Frequenzen der betrachteten Lager können aus dem Spektrum zum Teil bereits beschädigte Bauteile oder

anderweitige Ursachen der Schwingungserregung identifiziert werden. So führt zum Beispiel eine Unwucht einer Welle zu harmonischen Schwingungsanteilen mit der Drehfrequenz und kann im Spektrum sicher identifiziert werden.

Neben der gezielten Auswertung einzelner Frequenzen können auch ganze Frequenzbänder betrachtet werden, indem die Schwingungsanteile bestimmter Frequenzbereiche zu Summenwerten zusammengefasst werden. Diese geben zwar in der Regel keine Hinweise auf einzelne Bauteile, können aber in Zusammenhang mit empirisch ermittelten Grenzwerten zur Beschreibung der Laufruhe der Lager herangezogen werden. Typisch sind die Aufteilungen in Oktav-, Terzbänder [43] oder in tief-, mittel- und hochfrequente Anteile (z. B. [20 Hz, 300 Hz[, [300 Hz, 1800 Hz[und [1800 Hz, 20000 Hz]).

3.4.3 Hüllkurve, Hüllkurvenspektrum

Die erfassten Messsignale können auch Signalanteile enthalten, die amplitudenmoduliert auftreten. Diese lassen sich durch eine Multiplikation eines Trägersignals mit einem harmonischen Modulationssignal ausdrücken, so dass das modulierte Signal $x(t)$ durch

$$x(t) = (\hat{x}_M \sin(2\pi f_M t + \varphi_M) + 1) \cdot \hat{x}_T \sin(2\pi f_T t + \varphi_T) \quad 3-23$$

mit \hat{x}_M, \hat{x}_T : Amplitude der Modulations-, Trägerschwingung,

f_M, f_T : Frequenz der Modulations-, Trägerschwingung

φ_M, φ_T : Nullphasenwinkel der Modulations-, Trägerschwingung

beschrieben werden kann [16]. Durch die Umformung des Produktes zweier Sinussignale (siehe [44]) lässt sich das modulierte Signal $x(t)$ auch als

$$x(t) = \hat{x}_T \sin(2\pi f_T t + \varphi_T) + \frac{1}{2} \hat{x}_M \cdot \hat{x}_T \cdot (\cos(2\pi(f_T - f_M)t + \varphi_T - \varphi_M) - \cos(2\pi(f_T + f_M)t + \varphi_T + \varphi_M)) \quad 3-24$$

auffassen. Das Signal enthält somit sowohl harmonische Anteile der Trägerfrequenz f_T als auch Anteile der Frequenzen $f_T - f_M$ sowie $f_T + f_M$. Diese äußern sich als Seitenbänder im Amplitudenspektrum, während die Modulationsfrequenz selbst nicht als separater Peak auftritt, siehe Abbildung 3-13.

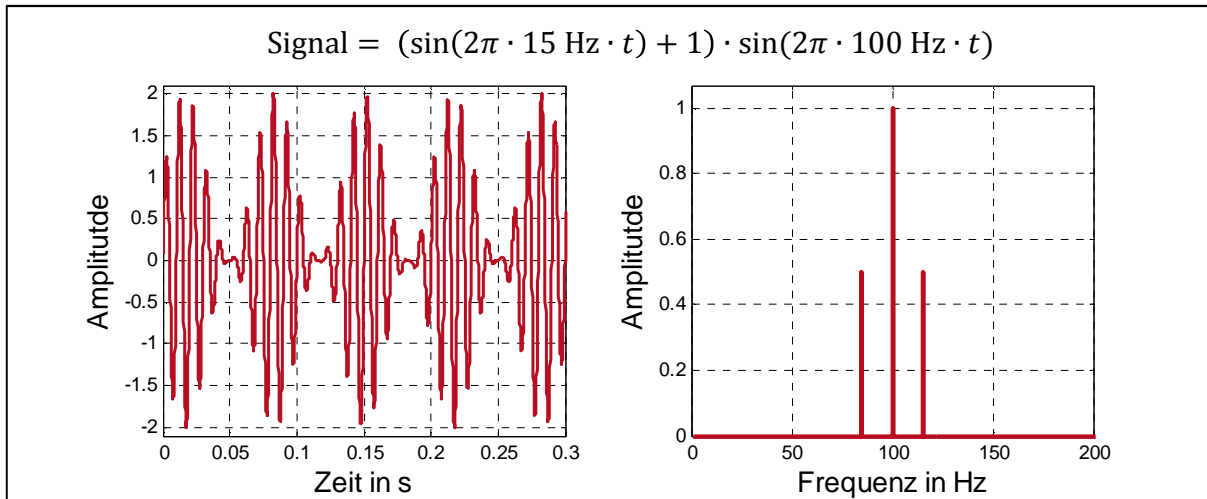


Abbildung 3-13: amplitudenmoduliertes Signal, Zeit- und Frequenzbereich

Modulationen lassen sich jedoch durch die Berechnung der Hüllkurve des Signals und ihres Amplitudenspektrums direkt identifizieren. Diese kann mit Hilfe der Hilberttransformation berechnet werden [45] gemäß

$$x_{\text{Hüll}}(t) \approx |x(t) + i \cdot H\{x(t)\}| \quad 3-25$$

mit $x_{\text{Hüll}}(t)$: Hüllkurve des Signals $x(t)$

i : imaginäre Einheit und

$H\{x(t)\}$: Hilbert-Transformierte des Signals $x(t)$.

Bildet man das Amplitudenspektrum der Hüllkurve (im Weiteren Hüllkurvenspektrum genannt), so lässt sich die Modulationsfrequenz des Signals bestimmen, siehe Abbildung 3-14.

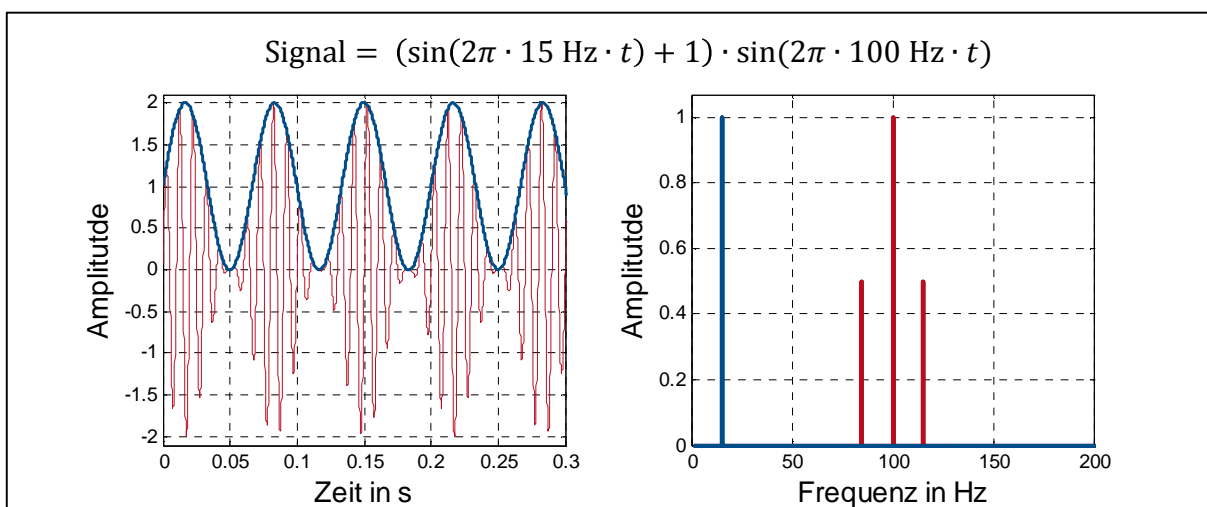


Abbildung 3-14: amplitudenmoduliertes Signal, Hüllkurve

Im betrachteten Fall ist die Hüllkurve wiederum eine Sinusschwingung, so dass in ihrem Amplitudenspektrum nur ein Peak auftaucht. In realen Messsignalen treten jedoch häufig höhere Harmonische der Modulationsfrequenz auf. Zusätzlich zur Bedeutung für Modulationen kann die Berechnung der Hüllkurve auch bei der Identifikation von impulsartigen Signalanteilen hilfreich sein, siehe Abschnitt 3.4.4.

3.4.4 Identifikation bestimmter Lagerfehler

Lagerfehler lassen sich häufig durch die Auswertung der Amplituden- und Hüllkurvenspektren identifizieren, wo sie sich in Form bestimmter Frequenzanteile auswirken. So führt z. B. eine Unwucht zu einem Peak im Amplitudenspektrum bei Rotationsfrequenz, während sich Fehler, die Modulationen hervorrufen (z. B. umlaufende Schäden wie bei Wälzkörpern) eher im Hüllkurvenspektrum äußern. Eine Aufstellung möglicher Fehler innerhalb von Maschinen mit gelagerten Wellen und der entsprechenden Auswirkungen auf berechnete Amplituden- und Hüllkurvenspektren gemessener Signale ist in

Tabelle 3-1 dargestellt. Es wird ersichtlich, dass unterschiedliche Fehlerquellen zum Teil zu ähnlichen Auswirkungen im Frequenzbereich führen können.

Tabelle 3-1: Auswirkungen verschiedener Fehler im Frequenzbereich, nach [17]

Phänomen	Frequenzen erhöhter Amplituden im Amplitudenspektrum	Frequenzen erhöhter Amplituden im Hüllkurvenspektrum
Unwucht und andere Trägheitskräfte	f_n	–
umlaufende Exzentrizität (Ausrichtfehler und verbogene Welle)	$f_n, 2f_n$	–
Innenringschaden	meist nur f_n , bei fortgeschrittener Schädigung f_I	$f_I, f_n, f_I \pm i \cdot f_n$
Außenringschaden	bei fortgeschrittener Schädigung f_A	f_A
Wälzkörperschaden	meist nur $f_{Kä}$, bei fortgeschrittener Schädigung auch f_W, f_{WA}	$f_W, f_{WA}, f_{Kä}, f_W \pm i \cdot f_{Kä}, f_{WA} \pm i \cdot f_{Kä}$
Käfigschaden	bei fortgeschrittener Schädigung $f_{Kä}$	$f_{Kä}$
erhöhtes Lagerspiel	bei starker Schädigung f_n	f_n

4 Modellentwicklung

Da die in Abschnitt 3.3 aufgeführten Modelle für Kraftverteilungen und Schwingungserregungen in Wälzlagern von unverformten Lagerringen ausgehen, soll ein neues numerisches Modell im Zeitbereich entwickelt werden, das Verformungen dieser Bauteile zulässt. Der Spannungszustand der Lager resultiert zum einen aus äußeren Zahneingriffskräften und zum anderen aus der elastischen Verformung des außenverzahnten Topfes sowie des Lagers selbst, auf denen der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt. Die Frequenz dieser Verformung liegt vorwiegend in der zweiten Ordnung, da pro Umdrehung der Ellipse jeweils zwei Hochpunkte und Täler durchlaufen werden. Bei einem üblichen Drehzahlbereich der Spannungswellengetriebe mittlerer Größe (Lagerdurchmesser < 100 mm) unterhalb von 2000 U/min resultiert daraus eine Haupterregung unterhalb von 67 Hz. Diese ist deutlich kleiner als die Eigenfrequenzen von Lageraußenringen und Wälzkörpern dieser Größenordnung (siehe Abschnitt 3.2.3). Die Kräfte und Verformungen der einzelnen Bauteile werden im Modell deswegen, wie auch in den Berechnungen unverformter Lager (siehe Abschnitt 3.3.2), quasistatisch berechnet, also unter Vernachlässigung von Trägheitskräften und Reibungen. Nach Kollmann [46] kann diese Annahme für Frequenzen unterhalb der halben ersten Eigenfrequenz getroffen werden, was für das betrachtete System einen Frequenzbereich bis 420 Hz einschließt (siehe Abschnitt 4.1.1).

Die Bestimmung der Zeitverläufe von Kräften und Verformungen erfolgt aus der Abfolge von Berechnungen für verschiedene Winkellagen der Ellipse während ihrer Rotation, wobei die Positionen der Wälzkörper unter Annahme eines schlupffreien Abrollens angepasst werden. Eine wesentliche Herausforderung bei der Berechnung ist die Ermittlung der Lasten der einzelnen Wälzkörper. Diese erfolgt in mehreren Schritten. Zunächst werden die Nachgiebigkeit und Verformung des Lageraußenrings sowie des elastischen Topfes gegenüber einer Kraftwirkung durch einen Wälzkörper mit Hilfe von FE-Simulationen des Programms ANSYS untersucht. Die Ergebnisse der FE-Simulationen werden anschließend an das numerische Berechnungsprogramm MATLAB übergeben, in dem die eigentlichen Berechnungen des Modells in Form von Skripten implementiert wurden. In diesen erfolgt die Berechnung der Gesamtverformung des Lageraußenrings und des Topfes, indem Verformungen durch Kontakte mit einzelnen Wälzkörpern zu einer Gesamtverformung superponiert werden. Dabei werden auch die Kontaktkräfte sowie durch zweifache Ableitung der Verformung nach der Zeit die Beschleunigungen auf der Topfoberfläche ermittelt. Weiterhin werden die Hertz'sche Flächenpressung der Wälzkörper sowie eine Kontaktbedingung (es dürfen keine Zugkräfte

resultieren) zwischen den Wälzkörpern und dem Lageraußenring durch iterative Rechnungen berücksichtigt. Schließlich erfolgt eine Einbindung der Schwingungserregung infolge des Abrollens der Kugeln auf den Lagerbahnen, indem die berechneten Kräfte zusätzlich mit einem breitbandigen weißen Rauschen beaufschlagt werden.

4.1 FE-Simulationen

Die Bestimmung der statischen Nachgiebigkeit des Topfes mit Lageraußenring gegenüber einer Verformung durch eine Kugel erfolgt mittels eines FE-Modells. Eine Validierung der Abbildung erfolgt über den Abgleich einer numerischen sowie experimentellen Modalanalyse, die gleichzeitig zur Einschätzung des quasistatischen Frequenzbereiches benötigt wird (siehe nächster Abschnitt). Grundlage für die 3-D-Abbildung des Topfes und des Lageraußenrings bilden dabei CAD-Daten des Herstellers (siehe Abbildung 4-1), die nach Vermessungen realer Bauteile (siehe Abbildung 4-2, Abbildung 4-3) geometrisch leicht korrigiert wurden.

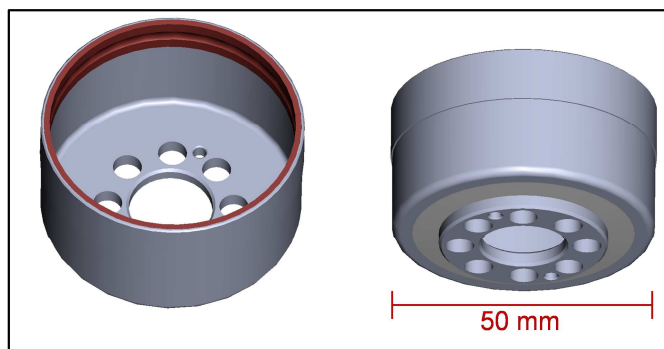


Abbildung 4-1: 3-D-Abbildung des Topfes mit Lageraußenring



Abbildung 4-2: Lager vor der Montage



Abbildung 4-3: elastischer Topf

Die Außenverzahnung des Topfes ist im CAD-Modell nicht detailgetreu abgebildet. Ihr versteifender Einfluss auf den Topf wird durch eine Erhöhung der Topfdicke im entsprechenden Bereich modelliert. Sowohl der Lageraußenring als auch der Topf bestehen aus Stahl, so dass

sie als isotrop und linear-elastisch mit einer Dichte von $7,87 \text{ g/cm}^3$, einem E-Modul von $2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ und der Querkontraktionszahl $\nu=0,3$ angenommen werden. Aufgrund der vorwiegend radialen Kraftübertragung zwischen den Bauteilen wird der Kontakt zwischen ihnen reibungsfrei abgebildet, so dass lediglich Normalspannungen übertragen werden. Die zylinderförmigen Bereiche der Bauteile werden mit Quaderelementen des Typs Solid186 (20 Knoten) vernetzt, so dass ein rotationssymmetrisches Netz gebildet wird. Für die Vernetzung der Laufbahnen sowie des Topfbodens werden aufgrund der komplexeren Geometrie dieser Bereiche Tetraeder-förmige Elemente des Typs Solid187 (10 Knoten) mit einer maximalen Kantenlänge von 0,5 mm benutzt, siehe Abbildung 4-4. Da der Topf im Betrieb mit der Ausgangswelle des Getriebes verschraubt ist, werden alle Freiheitsgrade des Topfbodens im Bereich des Bohrbildes zu null gesetzt.

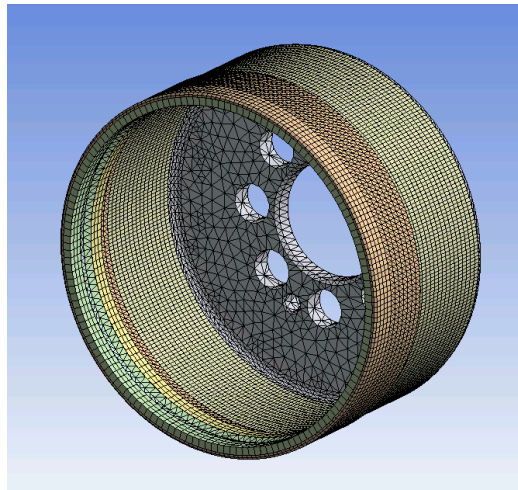


Abbildung 4-4: vernetztes FE-Modell

Bevor die radiale Nachgiebigkeit der Bauteile berechnet wird, wird das FE-Modell zunächst durch einen Abgleich einer berechneten mit einer experimentell ermittelten Modalanalyse validiert.

4.1.1 Validierung und Anpassung des FE-Modells

Eine Modalanalyse dient der Bestimmung der Eigenfrequenzen sowie der Eigenformen einer Struktur und stellt somit ein wesentliches Werkzeug der Systemidentifikation dar. Sie kann zum einen für FE-Modelle numerisch und zum anderen an realen Strukturen experimentell ermittelt werden, so dass sich ihre Ergebnisse sehr gut zur Bewertung der Abbildungsgüte numerischer Modelle eignen.

Die numerische Modalanalyse kann ohne weitere Modellierungen direkt in ANSYS erfolgen. Bei der experimentellen Modalanalyse wird der Topf auf einen Stahlblock verschraubt und mittels Impulshammer radial an 20 Punkten angeregt, die im Bereich der Laufbahn über den Umfang verteilt sind (siehe Abbildung 4-5). Das Signal der Anregung wird durch einen Kraftsensor im Impulshammer erfasst und aufgezeichnet.

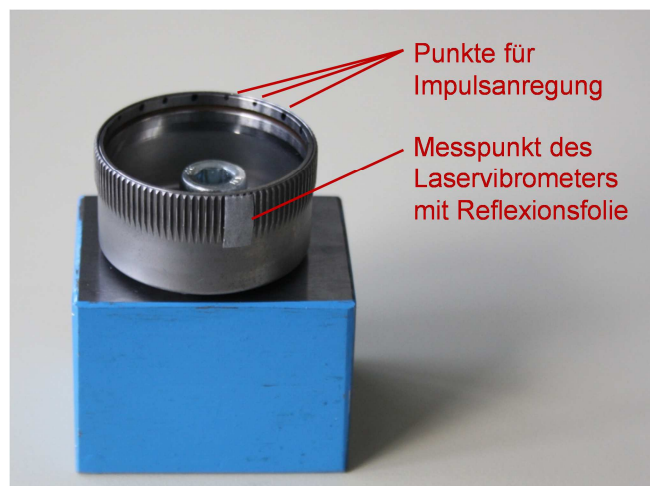


Abbildung 4-5: Montage des Topfes für Modalanalyse

Gleichzeitig wird das Ausschwingverhalten der Struktur nach jedem Impuls durch ein Laser-Doppler-Vibrometer gemessen, das die radialen Schwinggeschwindigkeiten eines Referenzpunktes auf dem Topf ausgibt.

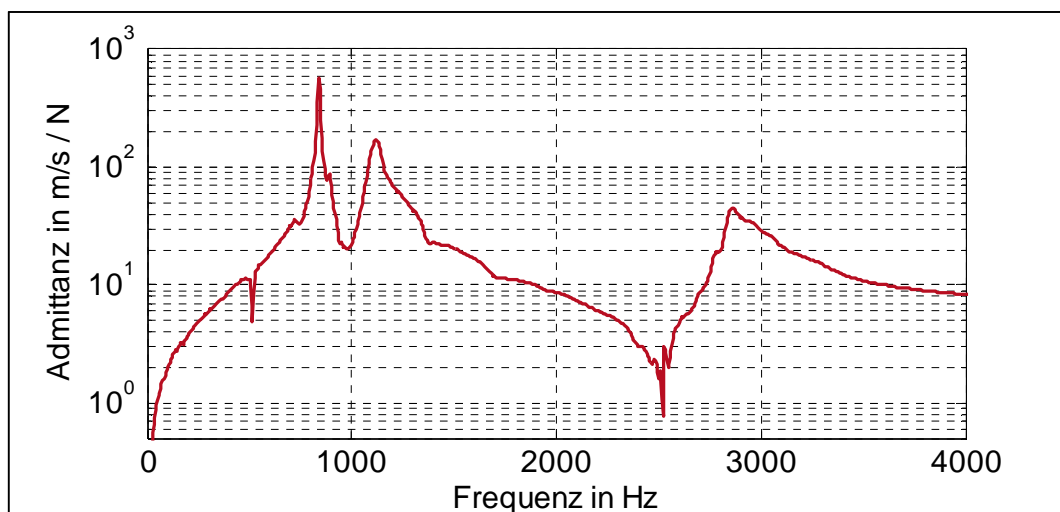


Abbildung 4-6: Übertragungsfunktion zwischen zwei benachbarten Punkten

Aus den Signalen werden anschließend Übertragungsfunktionen zwischen dem Referenzpunkt und den Anregungspunkten bestimmt, die wiederum zur Berechnung der Eigenformen

und -frequenzen unter Verwendung der Modalanalyse-Software S+O-Analyser benötigt werden. Für die Bewertung des FE-Modells werden die ersten drei Eigenformen und -frequenzen herangezogen. Höhere Eigenmoden konnten aufgrund erhöhter Dämpfungsgrade nur sehr unsauber bestimmt werden. Die identifizierten Eigenfrequenzen äußern sich in den ermittelten Übertragungsfunktionen in Form von deutlichen lokalen Maxima (siehe Abbildung 4-6). Die Genauigkeit ihrer Lokalisierung resultiert demnach aus der Diskretisierung der Übertragungsfunktionen sowie der Ausprägung der jeweiligen Hochpunkte, die je nach Dämpfungsgrad der jeweiligen Mode spitz oder abgerundet sein können. Die gemessenen Übertragungsfunktionen wiesen eine Schrittweite von 4,6 Hz auf, wobei die erste Eigenfrequenz auf eine und die zwei weiteren auf zwei Stützstellen genau bestimmt werden konnten. Die Eigenfrequenzen liegen insofern innerhalb von Unsicherheitsbereichen von $\pm 2,3$ bzw. $\pm 4,6$ Hz.

Die ermittelten Eigenformen sind in Abbildung 4-7 gegenüber gestellt. Vor allem die zweite und dritte Form zeigen dabei eine deutliche Übereinstimmung zwischen Simulation und Messung.

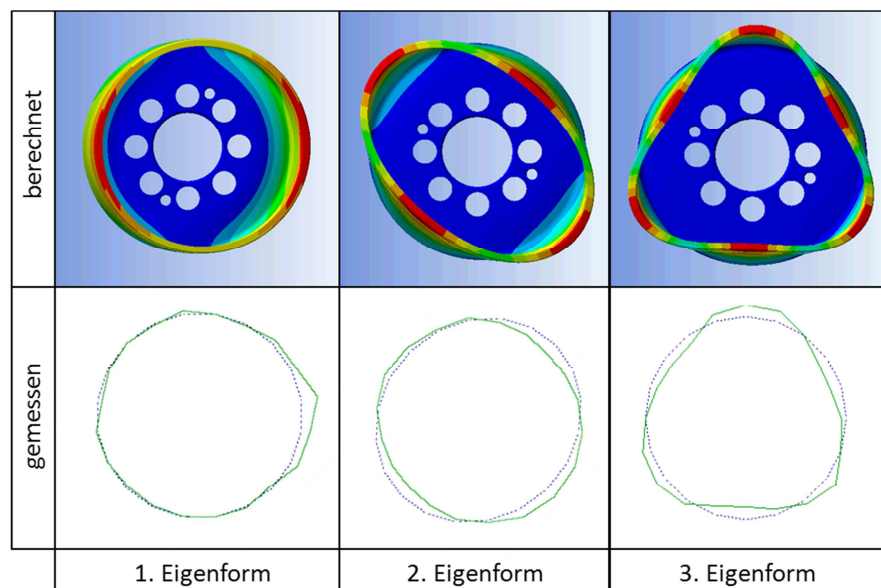


Abbildung 4-7: berechnete und gemessene Eigenformen

Die gemessenen und berechneten Eigenfrequenzen unterscheiden sich hingegen, wie Tabelle 4-1 entnommen werden kann. Auch fällt auf, dass die erste Eigenfrequenz zu niedrig, die höheren jedoch zu hoch berechnet wurden.

Tabelle 4-1: berechnete und gemessene Eigenfrequenzen

Eigenmode	berechnete Eigenfrequenz in Hz	gemessene Eigenfrequenz in Hz
1	610,0	842 ± 2,3
2	1151,6	1107 ± 4,7
3	3038,0	2804 ± 4,7

Um die reale Struktur mit dem FE-Modell besser abzubilden, wird dieses leicht modifiziert. Die Änderungen betreffen zum einen eine Reduktion der Topfdicke im Bereich der Verzahnung zur Herabsetzung höherer Eigenfrequenzen, deren Moden dort ihre größten Verformungen aufweisen. Zum anderen wird der Topfboden leicht verstärkt, um die Steifigkeit gegenüber der Verformung in der ersten Eigenmode zu erhöhen. Die Materialstärken beider Bereiche werden anschließend iterativ variiert, wobei die Eigenfrequenzen jeweils ermittelt werden und zur Erhöhung oder Senkung der Materialstärken im nächsten Berechnungsschritt führen.

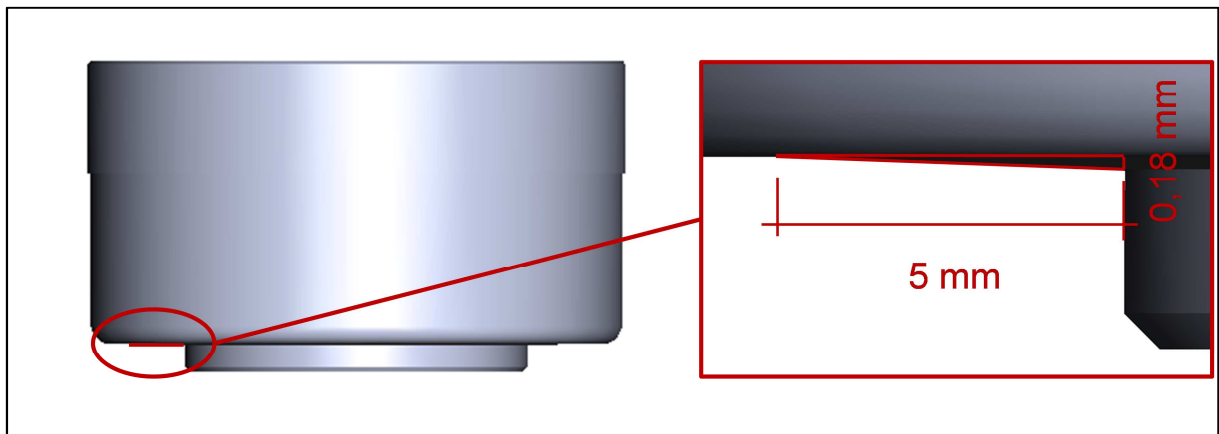


Abbildung 4-8: Materialanhäufung am Topfboden

Ergebnisse der Iterationen sind eine Reduktion der Materialstärke im Bereich der Verzahnung um 0,09 mm und eine Verstärkung des Topfbodens um maximal 0,18 mm (siehe Abbildung 4-8).

Tabelle 4-2: Eigenfrequenzen des angepassten Modells

Eigenmode	berechnete Eigenfrequenz in Hz	gemessene Eigenfrequenz in Hz	relative Abweichung in %
1	840,5	842 ± 2,3	im Bereich der Messunsicherheit
2	1099,2	1107 ± 4,7	≈0,7
3	2852,4	2804 ± 4,7	≈1,7

Während sich diese relativ kleinen Änderungen nicht wesentlich auf die Eigenformen auswirken, stimmen die Eigenfrequenzen des angepassten Modells sehr gut mit den gemessenen überein (siehe Tabelle 4-2), so dass dieses für weitere Untersuchungen verwendet wird.

4.1.2 Nachgiebigkeitsermittlung gegenüber radialer Verschiebung

Für die Bestimmung der radialen Steifigkeit der Struktur wird eine elastostatische FE-Rechnung durchgeführt. Dabei wird ein Punkt der Lagerlaufbahn radial um $u_{\max} = 3 \text{ mm}$ ausgelenkt und die resultierende Gesamtverformung sowie die dafür notwendige radiale Kraft $F = 103,5 \text{ N}$ berechnet (siehe Abbildung 4-9, Abbildung 4-10).

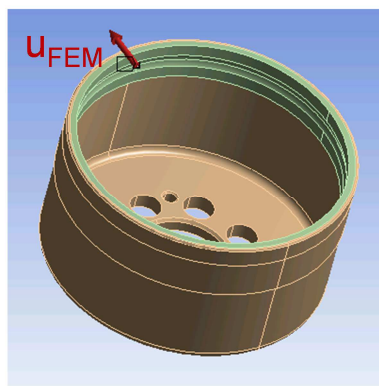


Abbildung 4-9: radiale Auslenkung

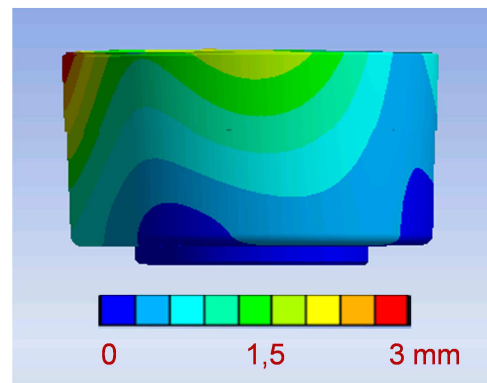


Abbildung 4-10: Gesamtverformung des Topfes

Von besonderem Interesse ist die Bestimmung der winkelabhängigen radialen Verformung $u(\varphi)$ der Lagerlaufbahn (siehe Abbildung 4-11), wobei die Punktkraft in $\varphi = 0$ angreift.

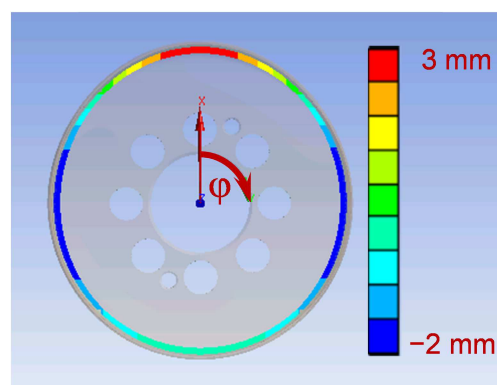


Abbildung 4-11: radiale Verformung der Laufbahn

Aus der radialen Verformung wird mittels Division durch die ermittelte Kraft die winkelabhängige Nachgiebigkeit

$$h(\varphi) = \frac{u(\varphi)}{F} \quad 4-1$$

bestimmt, die zur weiteren Berechnung der Lastverteilung in verformten Kugellagern benötigt wird. Es konnte kein Einfluss des Bohrbildes auf die Verformung festgestellt werden, was auf die feste Einspannung des Topfbodens zurückzuführen ist. Somit weist $h(\varphi)$ einen achssymmetrischen Verlauf auf ($h(\varphi) = h(-\varphi)$). Greift F an einer beliebigen Winkellage ψ an, so kann die Nachgiebigkeit $h(\varphi, \psi)$ aufgrund der Unabhängigkeit vom Bohrbild mittels einer Koordinatentransformation aus $h(\varphi) = h(\varphi, 0)$ nach

$$h(\varphi, \psi) = h(\varphi + \psi, 0) \quad 4-2$$

bestimmt werden.

Nach der Bestimmung der Nachgiebigkeit gegenüber einer radialen Verformung wird für die weiteren, wesentlichen Berechnungen und Modellierungen das Programm MATLAB verwendet. Das heißt, die FE-Rechnung muss nur einmal durchgeführt werden, wodurch die Rechenzeit im Vergleich zu ausschließlich FE-basierten Zeitbereichsmodellen um ein Vielfaches kürzer ist.

4.2 Superposition einzelner Kugellasten

Die Gesamtverformung der Struktur wird durch die Überlagerung der einzelnen Verformungen infolge der jeweiligen Kugeln berechnet. Dabei wird die Verformung der Lageraußenbahn $u(\varphi, \psi)$ infolge einer radialen Kraft F an einer beliebigen Winkellage ψ gemäß Gl. 4-1 und Gl. 4-2 mit

$$u(\varphi, \psi) = h(\varphi, \psi) \cdot F(\psi) \quad 4-3$$

beschrieben. Wirken N Kräfte gleichzeitig, kann die Gesamtverformung des Topfes sowie des Lageraußenrings unter der Annahme eines linearen Verhaltens dieser Bauteile als eine Superposition von N Verformungen infolge von N Einzellasten angesehen werden. Als Summe geschrieben resultiert die Gesamtverformung der Lageraußenbahn zu

$$u(\varphi) = \sum_{k=1}^N h_k(\varphi) F_k(\psi_k) \quad 4-4$$

mit der Nachgiebigkeit $h_k(\varphi)$ gegenüber der k -ten Kraft F_k , die bei der Winkellage des k -ten Wälzkörpers $\psi_k = k \cdot 2\pi/n$ angreift. Für die Bestimmung der wirkenden Kräfte ist jedoch

nicht die Gesamtverformung von Interesse. Im Folgenden werden deswegen lediglich die Verformungen an den Winkellagen der Wälzkörper

$$u_j = \sum_{k=1}^N h_{jk} F_k \quad 4-5$$

betrachtet. Sie können auch in Matrix- oder Vektor-Schreibweise als

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N1} & \cdots & h_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_1 \\ \vdots \\ F_N \end{pmatrix} \rightarrow \underline{u} = \underline{H} \cdot \underline{F} \quad 4-6$$

mit den Vektoren \underline{u} und \underline{F} , der Nachgiebigkeitsmatrix \underline{H} und den Nachgiebigkeitskoeffizienten h_{jk} bei Wälzkörper j gegenüber Kraft k ausgedrückt werden. Geht man von unendlich steifen Kontaktpartnern aus, so sind die Verformungen des Lageraußenrings in den Kontaktpunkten mit den Wälzkörpern lediglich von der Geometrie der Bauteile abhängig und somit bekannt (siehe Abbildung 4-12).

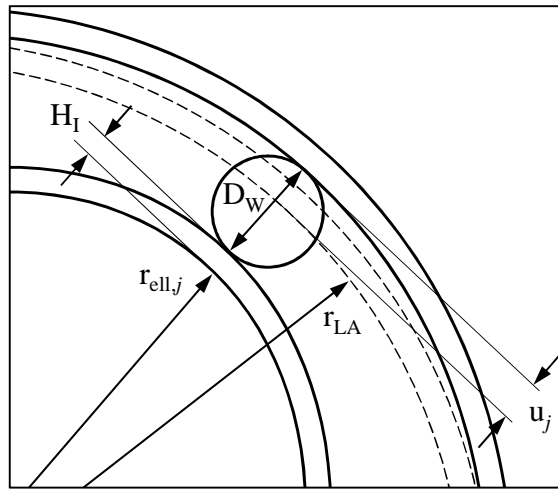


Abbildung 4-12: Verformung im Kontaktpunkt

Sie können mit dem Vektor der radialen Koordinaten der Ellipse in den Winkellagen der Wälzkörper \underline{r}_{ell} , der Dicke des Lagerinnenrings H_I , dem Durchmesser der Wälzkörper D_W sowie dem Radius des unverformten Lageraußenrings r_{LA} durch

$$\underline{u} \approx \underline{r}_{ell} + H_I + D_W - r_{LA} + \underline{u}_{exz} \quad 4-7$$

ausgedrückt werden. \underline{u}_{exz} ist hierbei eine zusätzliche Verformung, die aus einer möglichen exzentrischen Lage der Eingangswelle resultiert und mit

$$u_{\text{exz},j} = \hat{u}_{\text{exz}} \cdot \cos(\varphi_j + \varphi_{\text{exz}}) \quad 4-8$$

beschrieben werden kann, wobei \hat{u}_{exz} den Betrag und φ_{exz} die Winkellage der Exzentrizität darstellen. Mit den in Gl. 4-7 beschriebenen Verformungen in den Kontaktpunkten lassen sich die Kontaktkräfte durch Multiplikation von Gl. 4-6 mit der Inversen der Nachgiebigkeitsmatrix, der Steifigkeitsmatrix \underline{C} , zu

$$\underline{F} = \underline{H}^{-1} \cdot \underline{u} = \underline{C} \cdot \underline{u} \quad 4-9$$

bestimmen.

4.3 Iterationsverfahren zur Einbindung von Nichtlinearitäten

Die Nachgiebigkeiten der Wälzkörper sowie der Lagerlaufbahnen im Kontaktbereich sollen bei der Berechnung der Kräfte eingebunden werden. Hierfür wird für alle Wälzkörper die zusätzliche Annäherung der Kontaktpunkte auf der Lageraußen- und -innenlaufbahn infolge Hertz'scher Flächenpressung $\underline{u}_{\text{Hertz}}$ eingeführt. Für den j -ten Wälzkörper kann sie auf der Grundlage von Gl. 3-9 nach [4] mit

$$u_{\text{Hertz},j} = \frac{1}{C_{\text{Hertz}}} \cdot F_j^{1/\kappa} \quad 4-10$$

beschrieben werden. Bezeichnet man die in Gl. 4-7 beschriebenen Verformungen mit $\underline{u}_{\text{starr}}$, so resultiert für die Verformungen des Lageraußenrings mit Berücksichtigung der Nachgiebigkeiten

$$\underline{u} = r_{\text{ell}} + H_1 + D_W - r_{\text{LA}} - \underline{u}_{\text{Hertz}} = \underline{u}_{\text{starr}} - \underline{u}_{\text{Hertz}}. \quad 4-11$$

Durch Einbindung von Gl. 4-10 und Gl. 4-11 in Gl. 4-6 folgt

$$u_{\text{starr},j} - \frac{1}{K} \cdot F_j^{1/\kappa} = \sum_{k=1}^N h_{jk} F_k. \quad 4-12$$

Diese Gleichung kann aufgrund des nichtlinearen Zusammenhangs des Hertz'schen Kontaktes nicht direkt nach F_k aufgelöst werden.

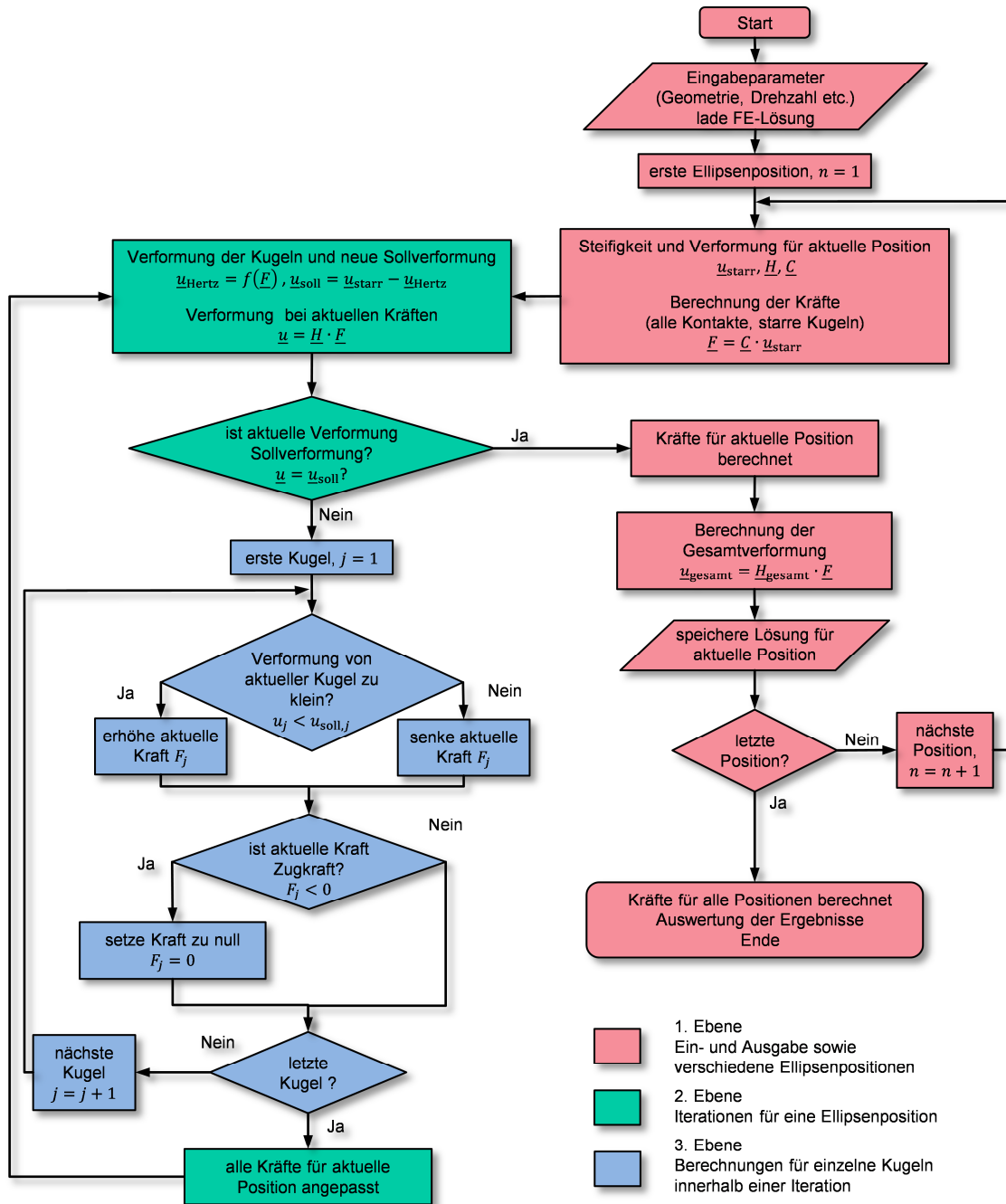


Abbildung 4-13: Ablaufplan des Iterationsmodells

Zudem wurde bisher davon ausgegangen, dass es bei jedem Wälzkörper zum Kontakt und somit zur Kraftübertragung zwischen Lagerinnenring, Wälzkörper und Lageraußenring kommt. Dies ist jedoch vor allem in Bereichen der kleinen Ellipsenachse nicht der Fall, so dass bei montierten Lagern beobachtet werden kann, dass die entsprechenden Wälzkörper nicht mitrotieren. Die Berechnung der Kontaktkräfte gemäß Gl. 4-9 führt hier aufgrund des linearen Ansatzes zu negativen Zugkräften. Um diese Nichtlinearitäten bei der Bestimmung der Kontaktkräfte berücksichtigen zu können, wurde ein iteratives Berechnungsverfahren entwi-

ckelt, das in das MATLAB-basierte Zeitbereichsmodell implementiert wurde. Der Ablauf der Berechnungen des Modells ist in Abbildung 4-13 schematisch dargestellt und soll im Folgenden kurz erläutert werden. Generell ist das Programm in drei Ebenen aufgebaut. In der ersten Ebene (Abbildung 4-13, rot) erfolgt die Ein- und Ausgabe von Parametern bzw. Lösungen. Auch werden in dieser Ebene in einer Schleife die Positionen der Eingangswelle und somit der Ellipse eingestellt. Die zweite Ebene (Abbildung 4-13, grün) stellt die Iterationsschleife dar, in der die Lösungen für einzelne Wellenpositionen gesucht werden. In der dritten Ebene (Abbildung 4-13, blau) werden wiederum Berechnungen für die einzelnen Kugeln innerhalb einer Iteration der zweiten Ebene durchgeführt.

Der Ablauf der Berechnungen ist wie folgt: Nach dem Einlesen relevanter Parameter (z. B. Lager- und Ellipsengeometrie) sowie dem Lösen der FE-Nachgiebigkeitsrechnung beginnt die Berechnung der Kräfte für die erste Ellipsenlage nach Gl. 4-9, d. h. ohne Berücksichtigung der Nachgiebigkeit der Wälzkörper und der Kontaktbedingung. Anschließend werden die aus diesen Kräften resultierenden Annäherungen der Kontaktpunkte nach Gl. 4-10 bestimmt und eine neue geforderte Verformung des Außenringes $\underline{u}_{\text{soll}}$ gebildet, indem die Annäherung von der geforderten starren Verformung subtrahiert werden. Im nächsten Schritt wird die neue geforderte Verformung mit der Verformung bei den aktuellen Kräften verglichen. Weichen diese voneinander ab, erfolgt in einer Schleife für jeden Wälzkörper eine Anpassung der Kontaktkraft, wobei drei Fälle eintreten können:

- ist die aktuelle Verformung zu klein, wird die Kraft erhöht und somit der Ring an dieser Stelle stärker verformt,
- ist die aktuelle Verformung zu groß und die Kraft positiv (der Kontakt existiert), wird diese reduziert,
- ist die Kontaktkraft negativ (Zugkraft), wird sie zu null gesetzt. An diesem Wälzkörper existiert in diesem Fall kein Kontakt.

Nach der Durchführung dieser Schritte werden wiederum mit dem neuen Kraftvektor die aktuellen Annäherungen sowie die aktuelle Verformung des Ringes bestimmt und erneut miteinander verglichen, worauf die nächste Anpassung des Kraftvektors folgt. Dies wiederholt sich, bis die geforderte und aktuelle Verformung übereinstimmen. Für die erste Ellipsenlage sind an diesem Punkt die Kräfte und Verformungen bestimmt und werden gespeichert. Eine entsprechende Rechnung folgt nun für die zweite Winkellage der Ellipse, die um einen

geringfügigen Winkel gegenüber der ersten Lage in Rotationsrichtung gedreht ist. Durch die Lösung für weitere Winkellagen erhält man so einen Verformungsverlauf sowie die Verläufe aller Kontaktkräfte in diskreten Schritten, deren Abstand frei wählbar ist. Die Verläufe können anschließend analysiert werden, z. B. in Form von Spektralanalysen. Hierbei dauert die Berechnung der Lösung eines Zeitschrittes mit einem PC mittlerer Leistung (2 GHz, 1 GB RAM) höchstens wenige Sekunden. An dieser Stelle soll erwähnt werden, dass sich der Rechenaufwand nochmals drastisch reduzieren lässt, indem sich wiederholende Lastzustände nur jeweils einfach gelöst werden. Auch kann als Ausgangspunkt der Iteration der Verformungszustand des letzten Zeitschrittes gewählt werden, anstatt wie beschrieben die Kräfte im ersten Schritt ohne Berücksichtigung der Nachgiebigkeiten zu bestimmen. Auf diese Ergänzungen des Verfahrens soll jedoch nicht weiter eingegangen werden, da sie für das grundsätzliche Verständnis der Modellierung nicht ausschlaggebend sind.

4.4 Schwingungsanregung durch das Abrollen rauer Oberflächen

Wie in Abschnitt 3.3.3 beschrieben, führt das Abrollen rauer Oberflächen auf einander zu einer stochastisch verteilten Impulsanregung, die sich im hörbaren Frequenzbereich breitbandig durch eine konstante Amplitude auszeichnet. Somit zeigt sie die spektralen Eigenschaften eines weißen Rauschens. Weiterhin ist diese Amplitude nach Feldmann [26] proportional zur statischen Anpresskraft der Kontaktpartner. Auf der Grundlage dieser Annahmen wird die Schwingungserregung des Abrollprozesses im Modell durch eine zusätzliche, stochastische Krafterregung eingebunden. In jedem Zeitschritt wird infolgedessen die resultierende Kontaktraft des k -ten Wälzkörpers gemäß

$$F_{\text{rau},k} = F_k + F_k \cdot C_{\text{rau}} \cdot Z_{\text{normal},k} = F_k \cdot (1 + C_{\text{rau}} \cdot Z_{\text{normal},k}) \quad 4-13$$

bestimmt, wobei F_k die nach Abschnitt 4.3 ermittelte Kontaktraft und $Z_{\text{normal},k}$ eine Zufallszahl darstellt, deren Verteilung einer Normalverteilung mit dem Mittelwert 0 und einer Standardabweichung 1 entspricht. Zur Steuerung der Amplitude der stochastischen Kraftkomponente wird die Proportionalitätskonstante des rauen Kontaktes C_{rau} eingeführt. Ihr Wert wird für die betrachteten Lager am Prüfstand im Rahmen der Validierung des Modells zu 0,001 bestimmt (siehe Abschnitt 6.2.2).

Somit wird eine streuende Kraftkomponente addiert, deren Amplitude proportional zur Anpresskraft ist und spektral einem weißen Rauschen entspricht.

5 Prüfstand

Um das Modell anhand von Messergebnissen validieren zu können sowie für weitere empirische Untersuchungen, wurde im Rahmen der Arbeit ein Prüfstand konzipiert und in Betrieb genommen, an den verschiedene Anforderungen gestellt werden. Zunächst muss er die Funktionalität des Getriebes gewährleisten, wofür eine präzise und wiederholgenaue Positionierung aller Bauteile sowie die Gestaltung von Antrieb und Abtrieb notwendig sind. Weiterhin muss er mit Sensoren ausgestattet sein, die Rückschlüsse auf die Schwingungserregung der Lager und Getriebe zulassen. Zusätzlich soll der Prüfstand eine Möglichkeit bieten, die mit dem Simulationsmodell ermittelten Spannungsverhältnisse innerhalb der Wälzlager zu überprüfen. Aufgrund dieser Anforderungen wurde ein Prüfstandskonzept mit einem aktiven Magnetlager gewählt, das die radiale Position der Getriebeeingangswelle regelt. Im Folgenden werden der prinzipielle Aufbau des Prüfstandes, die Getriebeeinheit (die auch das Magnetlager beinhaltet) sowie die erfassten Messsignale näher erläutert.

Der Prüfstand besteht aus den drei Teilen Antrieb, Getriebeeinheit und Abtrieb, die jeweils mit einem geschweißten Halter verschraubt und an einer T-Nutenplatte ausgerichtet werden (siehe Abbildung 5-1).

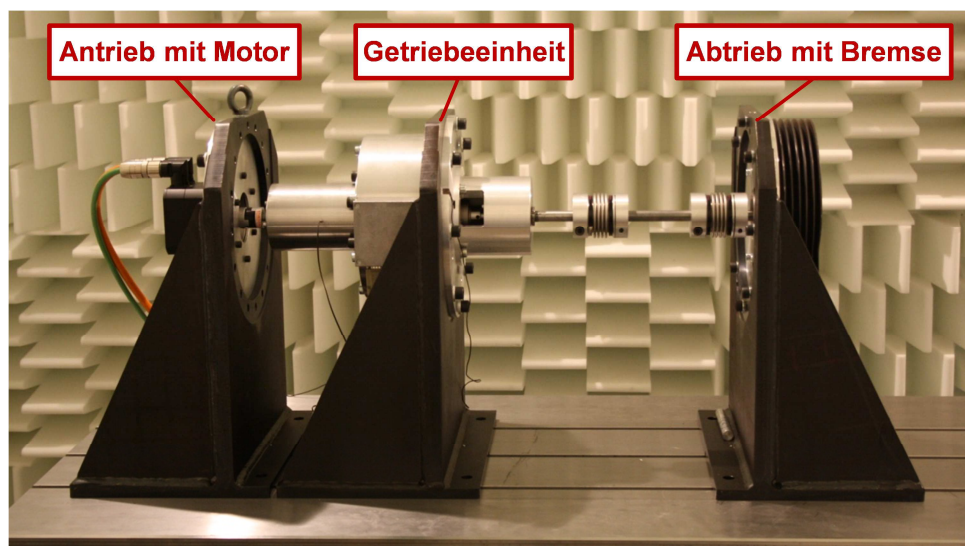


Abbildung 5-1: Prüfstandsaufbau

Der Antrieb wird durch einen Servomotor gebildet und ist über eine Metallbalgkupplung mit der Eingangswelle der Getriebeeinheit verbunden. Deren Ausgangswelle wird wiederum über weitere Metallbalgkupplungen mit einer Magnetpulverbremse verschraubt, die ein gewünschtes Bremsmoment aufbringt.

Die Getriebeeinheit stellt den wichtigsten Teil des Prüfstandes dar. Prinzipiell unterteilt sie sich in die Lagerung der Eingangswelle, die Lagerung der Ausgangswelle und das Getriebe selbst, das sich zwischen den Wellen befindet. Ihr Aufbau ist in Abbildung 5-2 dargestellt.

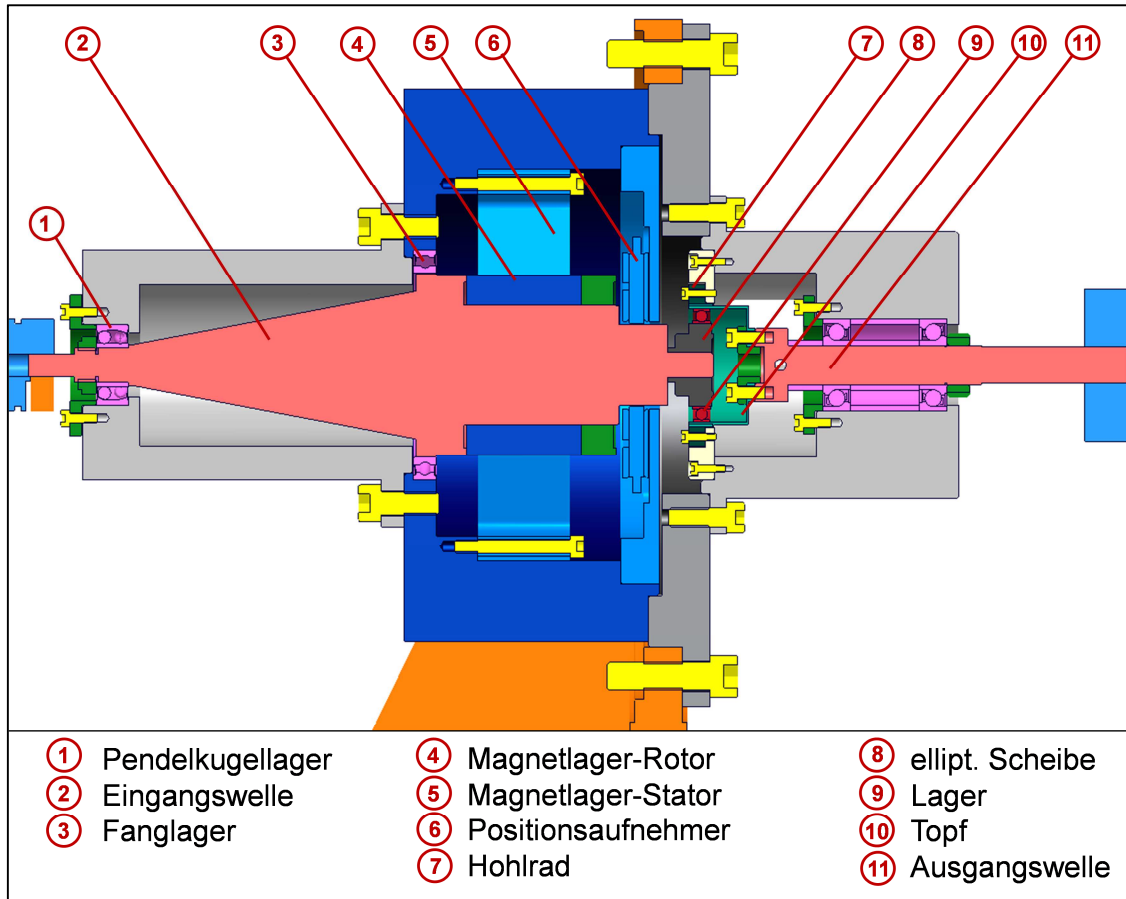


Abbildung 5-2: Schnitt durch die Getriebeeinheit

Die Eingangswellenlagerung wurde in Zusammenarbeit mit der Mecatronix GmbH in Darmstadt konzipiert, die das Magnetlager (Pos. 4, Pos. 5) selbst sowie dessen Regelung beigesteuert hat. Dieses regelt mit Hilfe eines radialen Positionsaufnehmers (Pos. 6) die radiale Lage des getriebeseitigen Endes der Eingangswelle. Das antriebsseitige Ende wird axial sowie radial von einem Pendelkugellager fixiert, während es rotatorische Freiheitsgrade frei lässt. Die Eingangswelle wurde bewusst lang gestaltet (298 mm), um ihre radiale Verschiebung mit einem möglichst geringen rotatorischen Anteil zu gewährleisten. Die radiale Position der Welle kann innerhalb eines Orbits von 0,25 mm eingestellt werden und wird dabei zusammen mit den im Magnetlager wirkenden Kräften in Form von analogen Spannungssignalen ausgegeben. Im Rahmen der Kalibration des Magnetlagers konnte eine maximale Haltekraft von 240 N identifiziert werden [47]. Während die elliptische Scheibe (Pos. 8) und das Getriebelager (Pos. 9) mit der Eingangswelle verbunden sind, wird der Topf (Pos. 10) über die Aus-

gangswelle (Pos. 11) positioniert. Das Hohlrad (Pos. 7) hingegen wird durch eine Verschraubung mit dem Abtriebsgehäuse zentriert.

Zusätzlich zur Position der Eingangswelle und den wirkenden Magnetkräften werden weitere Signale erfasst, die zur Bewertung der Schwingungserregung herangezogen werden können. Dies ist zum einen die Drehzahl der Eingangswelle, die mittels eines optischen Impulsgebers ausgelesen und zur Bildung von Ordnungsspektren benötigt wird. Die wesentlichen Messgrößen zur Beurteilung der Schwingungserregung stellen jedoch radiale Beschleunigungssignale dar, die je nach Messaufbau an unterschiedlichen Positionen gemessen werden. Ist das gesamte Getriebe montiert, befindet sich die Sensorposition auf der Seite des Abtriebsgehäuses in unmittelbarer Nähe des Hohlrades (siehe Abbildung 5-3). Um die Schwingungserregung des Lagers ohne die Anregung durch den Zahneingriff zu untersuchen, kann das Hohlrad entfernt werden. In diesem Fall wird das Beschleunigungssignal direkt auf einem Topf gemessen, von dem zu diesem Zweck die Verzahnung abgedreht worden ist (siehe Abbildung 5-4). In dieser Konfiguration findet kein Zahneingriff und somit keine Übersetzung statt. Vielmehr entspricht der Messaufbau üblichen Prüfständen der Qualitätsprüfung von Wälzlagern. In diesen wird der Lagerinnenring rotiert, während radiale Schwingungssignale des fixierten Lageraußenrings z. B. durch einen Tastkopf aufgezeichnet und ausgewertet werden. Auch ist es in diesem Aufbau möglich, statt der elliptischen eine runde Scheibe zu montieren und somit die Beschleunigungssignale eines Lagers in beiden Zuständen miteinander zu vergleichen. Bei runder Montage wird dabei zusätzlich ein Federelement im Topf montiert, so dass die Kugeln durch eine axiale Vorspannung leicht in die Laufbahnen gedrückt werden.

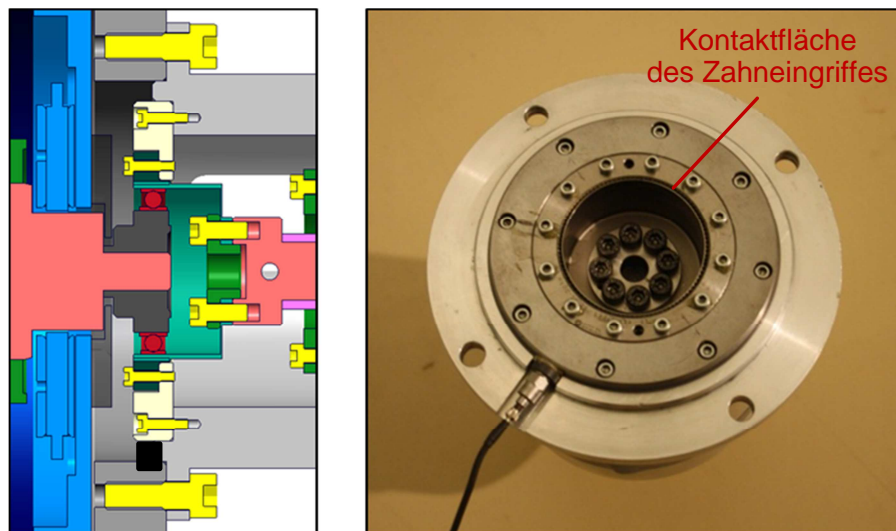


Abbildung 5-3: Sensorposition im Getriebebetrieb

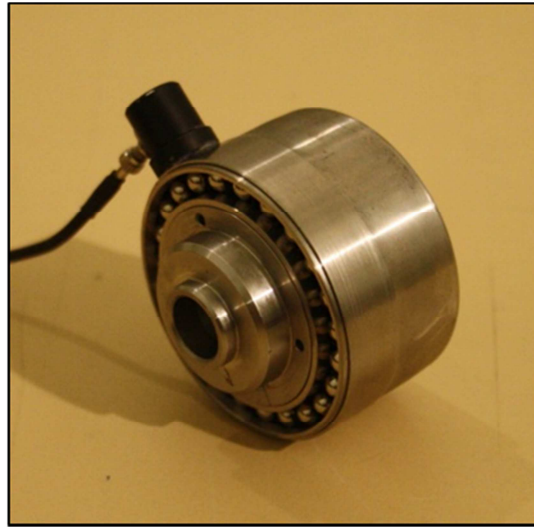
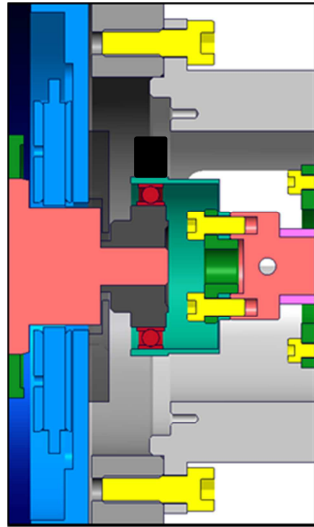


Abbildung 5-4: Sensorposition ohne Übersetzung

6 Validierung des Berechnungsmodells am Prüfstand

Die Validierung des Modells umfasst zum einen die berechneten Kugelkräfte, auf die am Prüfstand indirekt durch Messungen von Wellenrückstellkräften geschlossen wird. Zum anderen werden berechnete Beschleunigungssignale auf der Oberfläche des Topfes bei Rotation der Ellipse mit gemessenen Daten verglichen.

6.1 Validierung der Kugelkräfte

Da die messtechnische Bestimmung einzelner Kugelkontaktkräfte in Lagern nicht möglich ist, können berechnete Kräfte des Modells nur durch indirekte Messungen überprüft werden. Dies geschieht über einen Vergleich von gemessenen und berechneten radialen Steifigkeiten. Für die Messungen wird ein Lager mit elliptischer Scheibe wie in Abbildung 5-4 montiert, wobei die Kugeln so positioniert sind, dass sich eine Kugel über der großen Ellipsenachse befindet. Das Magnetlager lenkt in diesem Zustand die Eingangswelle radial aus und erfasst die hierfür notwendigen Kräfte, und zwar längs der hohen Ellipsenachse sowie quer dazu. Die daraus resultierenden Kraft-Verformungs-Verläufe sind in Abbildung 6-1 dargestellt.

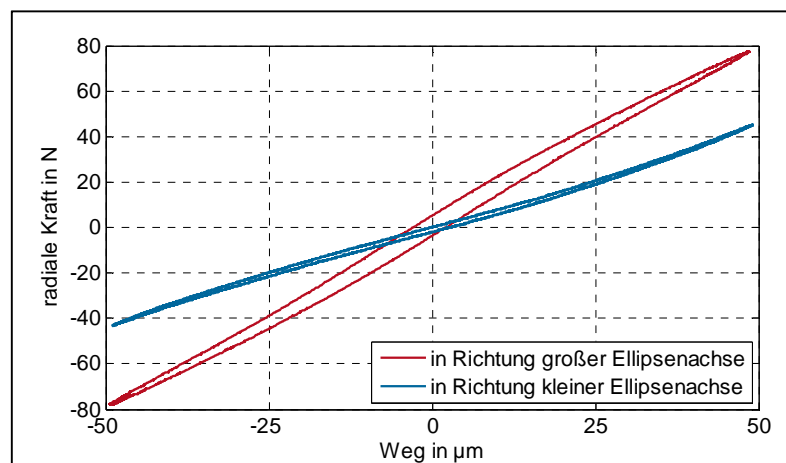


Abbildung 6-1: gemessene Kraft-Weg-Verläufe

In den Verläufen wird zunächst deutlich, dass die radiale Steifigkeit längs der großen Ellipsenachse höher ist als quer dazu. Auch sind geringfügige Nichtlinearitäten der Steifigkeit zu erkennen, wobei diese in Richtung der großen Ellipsenachse leicht abfällt und quer dazu ansteigt. In Richtung der großen Achse zeigt sich dazu Hystereseverhalten, das jedoch nur sehr leicht ausgeprägt ist, so dass insgesamt ein annähernd linear-elastisches Verhalten um den Ursprung festgestellt werden kann. Für den Vergleich mit den berechneten Werten werden im Weiteren die Verläufe ohne Hysterese betrachtet, d. h. die oberen und unteren

Verläufe werden jeweils zu mittleren Kurven in Richtung der großen und kleinen Ellipsenachse gemittelt (siehe Abbildung 6-2).

Im Modell werden die radialen Steifigkeiten bestimmt, indem der elliptischen Verformung zusätzliche Verformungen überlagert werden, die verschiedenen exzentrischen Lagen der Ellipse entsprechen. Die radialen Rückstellkräfte auf die Ellipse werden dabei aus der vektoriellen Addition der einzelnen Kugelkräfte bei der jeweiligen Auslenkung berechnet und mit den gemessenen Werten verglichen. Die Modellparameter, die in Anlehnung an geometrische Messungen der montierten Bauteile verwendet wurden, können Tabelle 6-1 entnommen werden.

Tabelle 6-1: verwendete Modellparameter

Parameter	Wert	Parameter	Wert
Länge große Ellipsenachse	18,20 mm	Anzahl Wälzkörper	23
Länge kleine Ellipsenachse	17,36 mm	Durchmesser Wälzkörper	4,75 mm
Innenradius Lageraußenring	23,55 mm	Spiel (unverformt)	0,04 mm
Außenradius Lagerinnenring	18,78 mm		

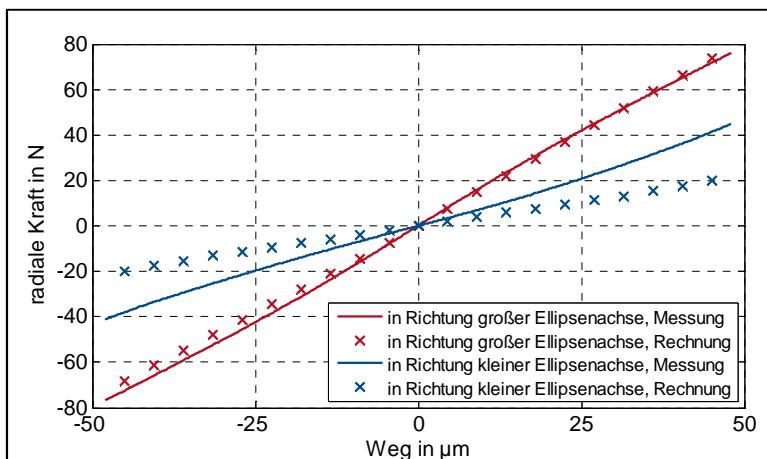


Abbildung 6-2: gemessene und berechnete Kraft-Weg-Verläufe

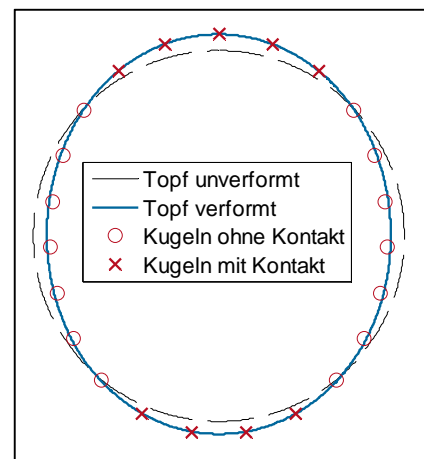


Abbildung 6-3: berechnete Verformung bei Auslenkung längs

Die Ergebnisse der Rechnungen sind in Abbildung 6-2 dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die berechnete Steifigkeit in Richtung der großen Ellipsenachse gut mit den gemessenen Werten übereinstimmt, während sie in Richtung der kleinen Ellipsenachse deutlich zu gering sind. Bestimmt man für jede Auslenkung der Welle die relative Abweichung der berechneten von der gemessenen Kraft

$$\delta_F = \frac{F_{\text{berechnet}} - F_{\text{gemessen}}}{F_{\text{gemessen}}} \cdot 100 \%$$

6-1

und mittelt diese über alle Auslenkungen, resultiert in Richtung der hohen Ellipsenachse ein Wert von 5 %, in Richtung der kleinen Ellipsenachse von 46 %. Bei einer Auslenkung von 45 µm in Richtung der hohen Ellipsenachse bilden sich dabei 9 Kontakte aus. Diese sind in Abbildung 6-3 zu sehen, in der die Verformung des Lageraußenrings zur besseren Sichtbarkeit verstärkt dargestellt ist. Bei der Montage ist jedoch zu beobachten, dass mehr Kugeln rotieren, wenn im vorgespannten Zustand der Außenring gegenüber dem Innenring rotiert wird, was auf eine höhere Anzahl von Kontakten schließen lässt. Aufgrund der beschriebenen Abweichungen, die z. B. in Unsicherheiten bei der Vermessung der Lagergeometrie begründet sein können, wird das Modell angepasst, indem die radiale Lage der Ellipse erhöht wird, d. h. die Ellipse wird vergrößert.

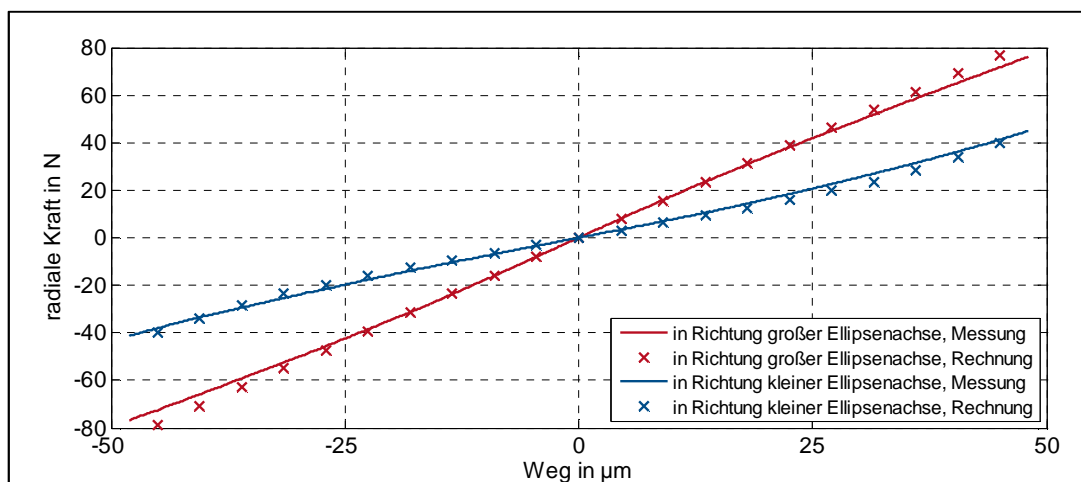


Abbildung 6-4: gemessene und berechnete Kraft-Weg-Verläufe, angepasstes Modell

Rechnungen zeigen, dass sich schon bei geringfügigen Vergrößerungen der Ellipse die berechneten Steifigkeiten sowie die Anzahl der Kontaktpunkte erhöhen. So ergeben sich bereits bei einer Weitung der Ellipse um 0,019 mm relative Abweichungen von 3 und 8 % in Richtung der großen bzw. kleinen Ellipsenachse (siehe Abbildung 6-4). Die Anzahl der Kontakte erhöht sich in diesem Fall auf 11 (siehe Abbildung 6-5), was den Beobachtungen im montierten Zustand entspricht. In Richtung der kleinen Achse wird sogar der leicht progressive Kraft-Weg-Verlauf in der Rechnung wiedergegeben und kann durch eine Ausbildung zusätzlicher Kontakte auf der Seite der Auslenkung erklärt werden, wie in Abbildung 6-6 rechts zu sehen ist. Insgesamt stimmen die berechneten Rückstellkräfte des angepassten Modells somit sehr gut mit den gemessenen Werten überein.

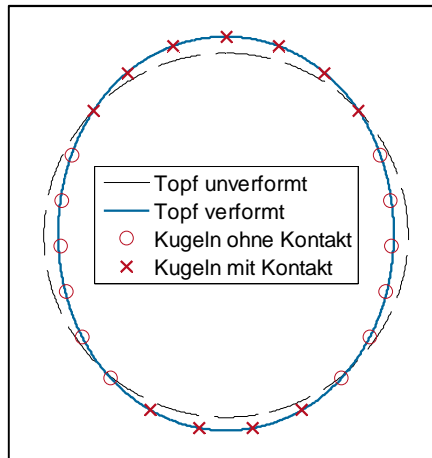


Abbildung 6-5: berechnete Verformung bei Auslenkung längs, angepasstes Modell

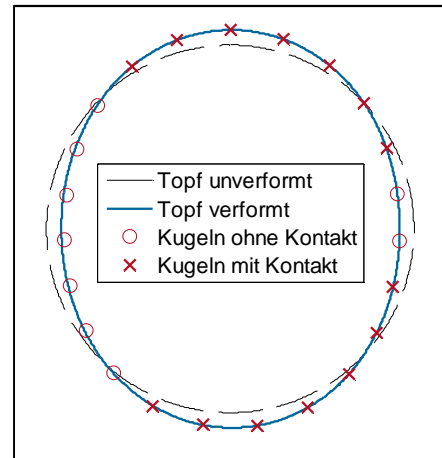


Abbildung 6-6: berechnete Verformung bei Auslenkung quer, angepasstes Modell

6.2 Validierung der Beschleunigungssignale

Am Prüfstand werden die radialen Beschleunigungen auf der Topfoberfläche während der Rotation der Eingangswelle gemessen. Die gemessenen Daten werden anschließend mit berechneten Verformungen aus dem Simulationsmodell verglichen. Hierfür wird aus den Lösungen der einzelnen Zeitschritte jeweils die Verformung an einem Punkt auf der Topfoberfläche ausgelesen und zweifach numerisch abgeleitet, so dass man ein simuliertes Signal eines virtuellen Beschleunigungsaufnehmers erhält.

6.2.1 Gemessene Signale

Um Abweichungen unter baugleichen Lagern sowie montagebedingte Einflüsse auf die erfassten Beschleunigungssignale abschätzen zu können, werden die Messungen mit 6 Lagern und jeweils 3-maliger Montage am Prüfstand durchgeführt. Die Eingangswelle und somit die elliptische Scheibe mit dem Lagerinnenring rotieren mit 2000 U/min, während der Topf und der Lageraußenring still stehen (siehe Abbildung 5-4, links). Die Beschleunigungssignale werden dabei durch einen Piezoaufnehmer auf der Topfoberfläche erfasst (siehe Abbildung 5-4, rechts). Um den Montageeinfluss infolge von Vorspannungen zu minimieren, ermittelt das Magnetlager nach jeder Montage diejenige Position der Eingangswelle, in der die geringsten radialen Kräfte auf das Lager wirken, und gibt diese Position als Sollwert der Regelung vor.

Zur Auswertung der Messdaten wird das mittlere Spektrum aller Messungen gebildet (siehe Abbildung 6-7), das sich vor allem durch seine deutlich ausgeprägten Peaks, d. h. höhere Amplituden bei einzelnen Frequenzen/Ordnungen auszeichnet. Die höchsten Amplituden

treten bei der zweiten Ordnung auf (162 dB), die aus dem zweifachen Hub der Oberfläche infolge der rotierenden Ellipse resultiert. Generell sind bei allen ganzzahligen Ordnungen erhöhte Amplituden zu erkennen, die mit steigender Frequenz jedoch tendenziell bis auf ein Niveau von 125 dB abfallen. Zu höheren Frequenzen hin kommen weitere Schwingungsanteile bei nicht ganzzahligen Ordnungen hinzu.

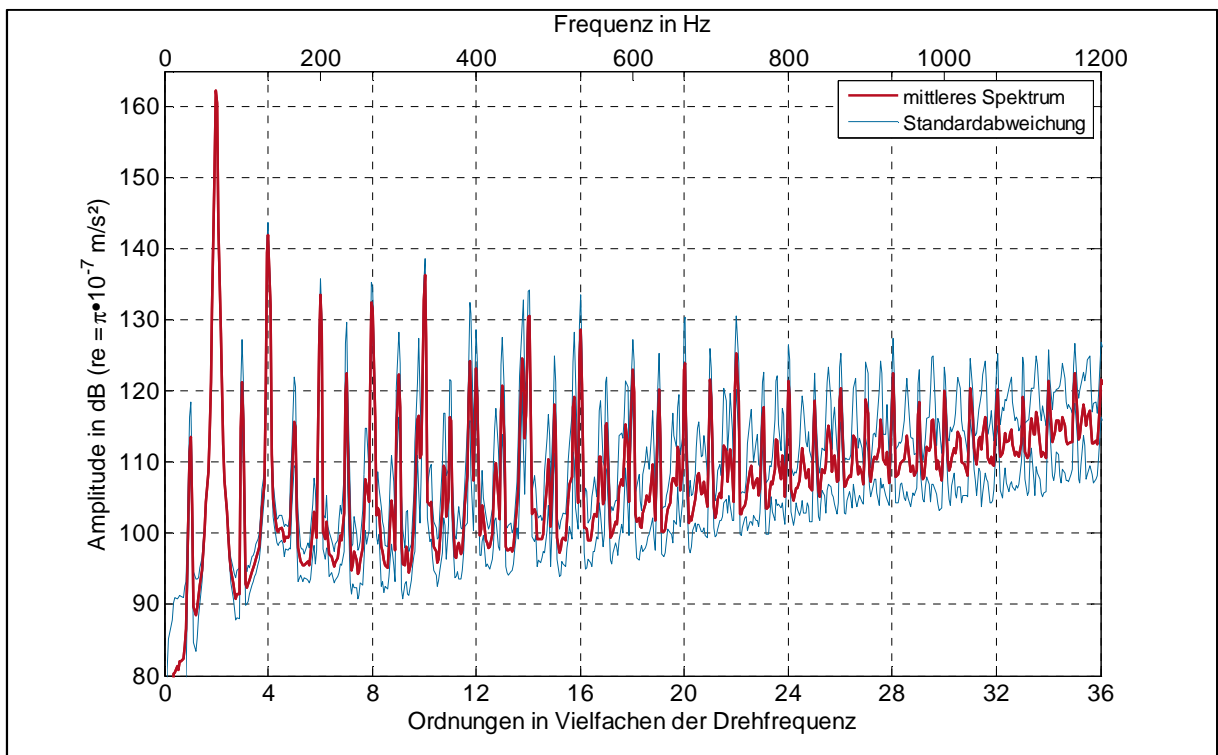


Abbildung 6-7: mittleres gemessenes Spektrum der Beschleunigung

Im Folgenden soll kurz auf die Streuung der Messdaten eingegangen werden, die anhand der Standardabweichungen der gemessenen Amplituden bei den jeweiligen Frequenzen beurteilt werden kann. Diese betragen bei den Harmonischen der zweiten Ordnung weniger als 3 dB, liegen bei den meisten Frequenzen jedoch im Bereich von 6 dB. Betrachtet man die Terzspektren, so ergeben sich mit wenigen Ausnahmen jedoch Abweichungen im Bereich von 2 dB (siehe Abbildung 6-8). Das kann dadurch erklärt werden, dass bei den Peaks der Schmalbandspektren mit höheren Streuungen nicht nur die Amplituden, sondern auch die Frequenzlage bei den einzelnen Lagern oder Montagen leicht differiert. Dies äußert sich folglich zwar in den Schmalband-, jedoch nicht in den Terzspektren, da sich diese aus Summenpegeln der einzelnen Frequenzbereiche ergeben.

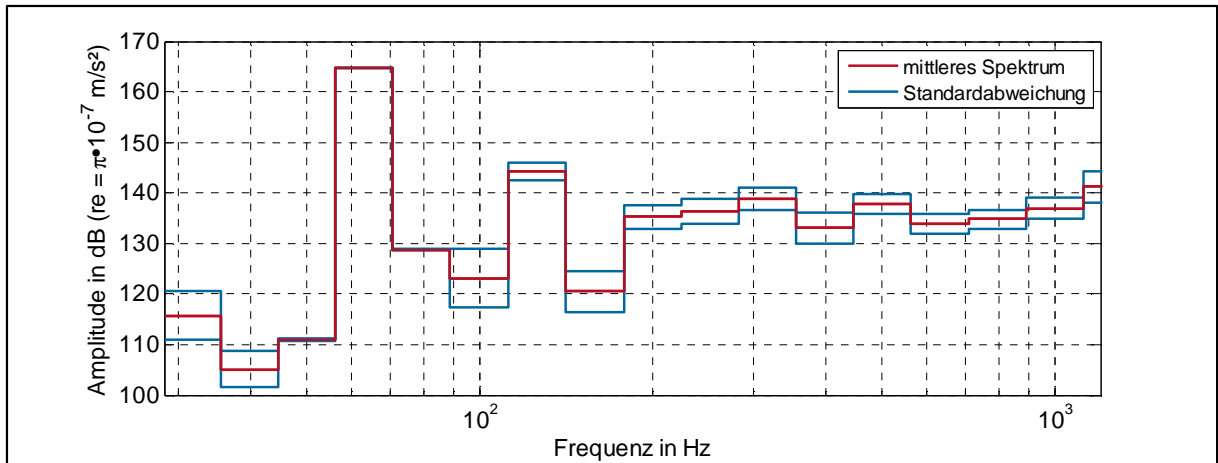


Abbildung 6-8: mittleres gemessenes Terzspektrum der Beschleunigung

6.2.2 Vergleich mit berechneten Signalen

Die Berechnungen werden den Messungen entsprechend für eine Drehzahl von 2000 U/min durchgeführt. Die simulierte Rotationsdauer beträgt dabei 1,05 s, was eine spektrale Frequenzabtastung in 1-Hz-Schritten ermöglicht. Zur Beurteilung des Einflusses der Rauscherregung werden mehrere Simulationen mit verschiedenen Werten für C_{rau} durchgeführt. Die Abtastfrequenz beträgt 7500 Hz. Diese geht somit weit über den quasi-stationären Frequenzbereich des Topfes (420 Hz, vgl. Kap. 4) hinaus, verdeutlicht jedoch den Charakter der berechneten Beschleunigungen im Zeitbereich (siehe Abbildung 6-9).

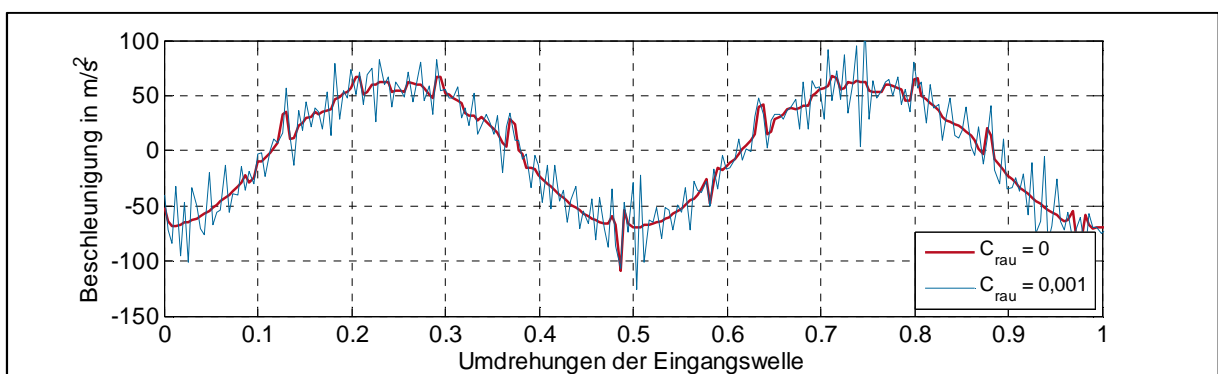


Abbildung 6-9: Zeitsignale berechneter Beschleunigungen

Neben der ausgeprägten Schwingung mit der zweiten Ordnung weist der Beschleunigungsverlauf bereits ohne Abbildung der Rauigkeit ($C_{\text{rau}} = 0$) einzelne impulsartige Ausbrüche auf (siehe Abschnitt 7.1.2). Bei $C_{\text{rau}} > 0$ kommen weitere, stochastisch verteilte Impulse hinzu. Die Auswirkungen unterschiedlicher Werte von C_{rau} auf die berechneten Beschleunigungs-

amplituden werden bei der Betrachtung der jeweiligen Spektren deutlich (siehe Abbildung 6-10).

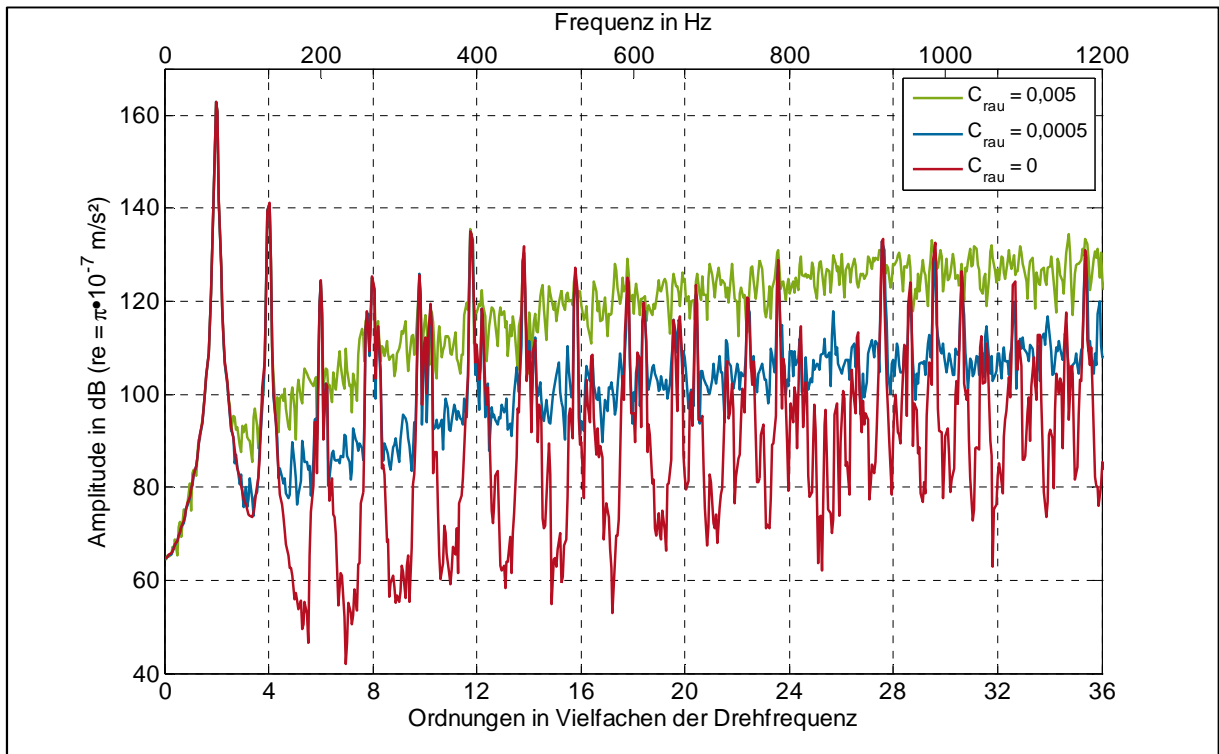


Abbildung 6-10: Spektren berechneter Beschleunigungen

Auch die berechneten Spektren weisen eine Vielzahl von deutlichen Peaks auf, die jedoch unabhängig von C_{rau} sind. Darüber hinaus sind auch Schwingungsanteile eines breitbandigen Rauschens zu erkennen, dessen Amplitude zu höheren Frequenzen zunimmt. Aus den Verläufen bei verschiedenen Werten von C_{rau} lässt sich erkennen, dass diese breitbandige Erregung, anders als die beschriebenen Ordnungen, aus der stochastischen Anregung des Modells resultiert. Eine Erhöhung von C_{rau} bewirkt dabei eine breitbandige Anhebung der Rauschamplituden, so dass sie, je nach Wert von C_{rau} , zu hohen Frequenzen hin auch die Amplituden der einzelnen Peaks überschreiten können. Vergleicht man die für $C_{\text{rau}} = 0,001$ berechneten mit den gemessenen Beschleunigungsspektren (siehe Abbildung 6-11), lassen sich ähnliche Verläufe erkennen, sowohl was die Amplituden der einzelnen Peaks als auch der Rauschniveaus angeht. So stimmen die berechneten und gemessenen Amplituden der zweiten und vierten Ordnung nahezu überein. Bei weiteren Peaks kommt es lediglich zu leichten Unterschieden der Frequenzlage, während die Amplituden sehr gut übereinstimmen (z. B. zwischen 13. und 19. Ordnung). In weiten Frequenzbereichen unterscheiden sich die berechneten und gemessenen Amplituden um weniger als 6 dB. Ausnahmen hierfür stellen jedoch

die ungeraden Ordnungen dar. In diesen zeigen sich deutlich unterschiedliche Amplituden, da die Simulation im Gegensatz zur Messung keine Peaks liefert.

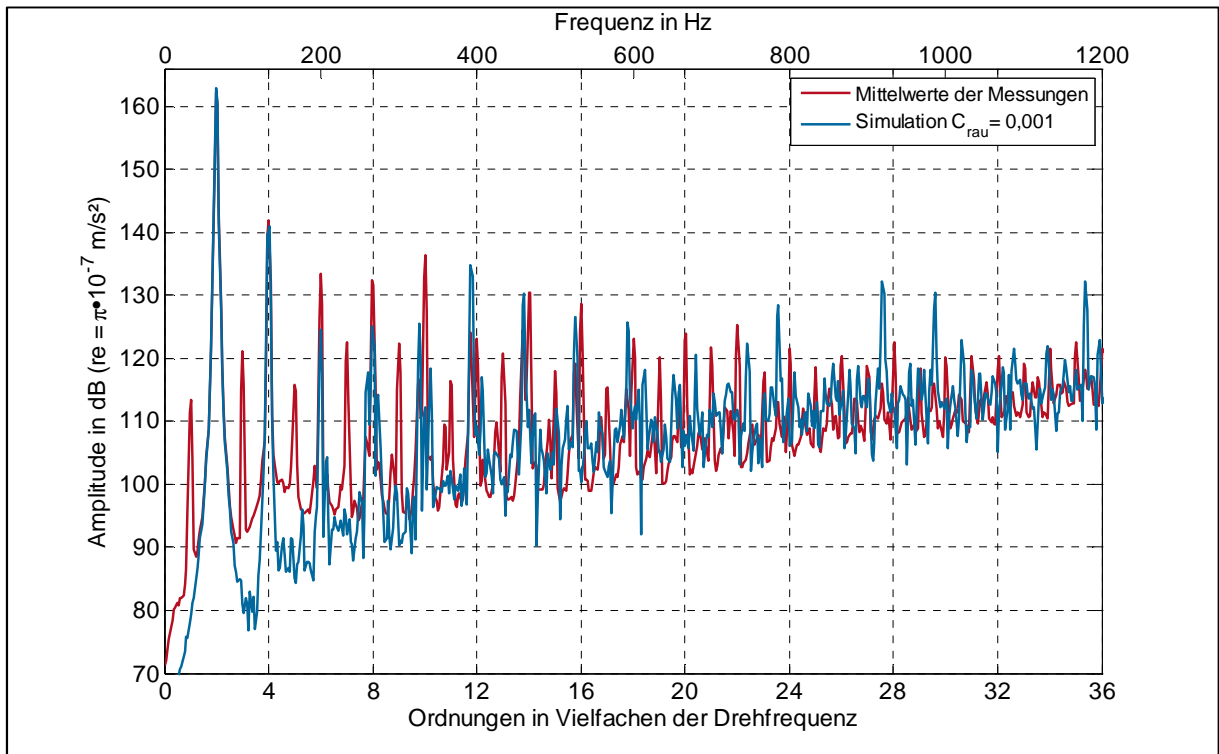


Abbildung 6-11: Vergleich berechneter und gemessener Spektren der Beschleunigung

Mögliche Ursachen für die Unterschiede zwischen den berechneten und gemessenen Spektren ergeben sich aus der idealisierten Modellierung der Lager. So weichen die gefertigten Bauteile von ihrer idealen Geometrie ab, wohingegen im Modell nur Rauigkeiten berücksichtigt werden. Weiterhin geht das Modell vom idealen Abrollen der Kugeln auf den Laufbahnen aus. In der Praxis kommt es jedoch zu geringem Schlupf, was sich in leichten Frequenzverschiebungen gegenüber dem idealen Abrollen äußert. Eine weitere Annahme der Modellierung betrifft die konzentrische und unwuchtfreie Montage der Bauteile. Während eine montagebedingte statische Verspannung der Bauteile zu einander durch das Magnetlager kompensiert wird (vgl. Abschnitt 6.2.1), kann eine leicht exzentrische Montage der Ellipse auf der Eingangswelle nicht ausgeschlossen werden. Diese lässt sich bei Vernachlässigung von Massenkraften direkt aus der Amplitude der ersten Ordnung des Beschleunigungssignals schließen. Analysiert man diese Amplituden in den gemessenen Signalen, resultiert bei den Montagen eine mittlere exzentrische Lage von $\hat{u}_{\text{exz}} = 0,005 \text{ mm}$ (vgl. Gl. 4-8). Wird eine solche exzentrische Montage in Richtung der hohen Ellipsenachse im Modell mit abgebildet, resultiert das in Abbildung 6-12 dargestellte Spektrum.

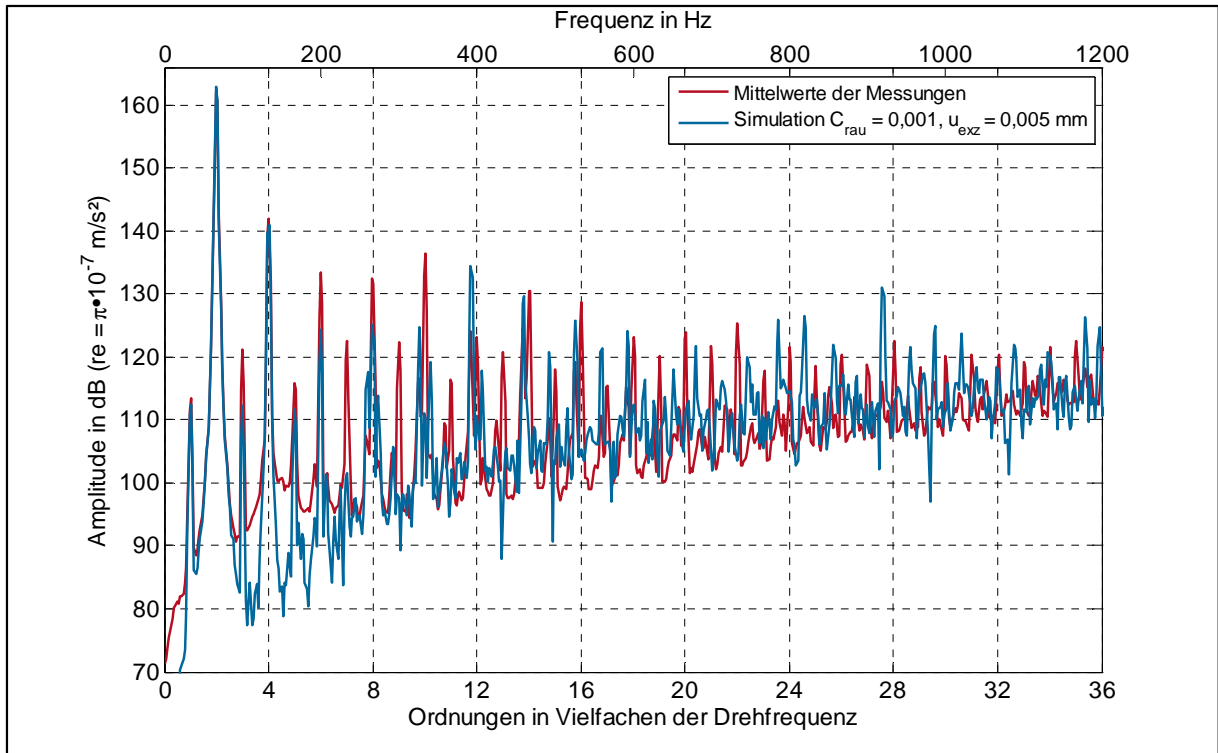


Abbildung 6-12: Vergleich berechneter und gemessener Beschleunigungsspektren inkl. Exzentrizität

Dieses zeigt eine sehr gute Übereinstimmung der Amplituden bei der ersten Ordnung (Pegeldifferenz < 1 dB), aber auch die Erregung der dritten und fünften Ordnung im Modell. Die Ergebnisse einer detaillierteren Analyse der Auswirkungen von umlaufenden Exzentrizitäten sind in Abschnitt 7.3 dargestellt. An dieser Stelle soll festgehalten werden, dass die vom Simulationsmodell ermittelten Beschleunigungsspektren mit Ausnahme weniger Frequenzbereiche eine deutliche Übereinstimmung mit den gemessenen Daten aufweisen. Dies betrifft sowohl das Rauschniveau als auch die Amplituden und Frequenzlagen einzelner Peaks.

Somit konnten sowohl die berechneten Kugelkontaktkräfte als auch die Beschleunigungssignale des Simulationsmodells durch am Prüfstand ermittelte Messdaten prinzipiell bestätigt werden. Auf dieser Grundlage soll das Modell im folgenden Kapitel benutzt werden, um die Kräfte und Verformungen innerhalb der Lager vor allem auch in Abhängigkeit von einzelnen Einflussparametern zu untersuchen.

7 Numerische Untersuchungen

Mit Hilfe des Simulationsmodells sollen in diesem Kapitel die Verformungen und Kontaktkräfte in den modellierten Wälzlagern in Abhängigkeit von geometrischen Parametern oder Formabweichungen untersucht werden. Die Kräfte sind zum einen für die Auslegung der Lager von Interesse, zum anderen bewirken sie resultierende Rückstellkräfte auf die Eingangswelle. Diese erfährt dadurch eine Krafterregung, die von der Wellenlagerung übertragen wird und schließlich zu Oberflächenschwingungen auf Maschinenoberflächen führt. Der Verformungsverlauf des elastischen Topfes hingegen wirkt sich direkt auf dessen radiale Schwingungen aus. Die Untersuchungen sollen Aufschluss darüber geben, welche Anregungsmechanismen zur Schwingungserregung der Lager führen und wie diese von geometrischen Parametern oder Formabweichungen beeinflusst werden. Zum einen sind dabei die Auswirkungen auf das akustische Verhalten der Lager von Interesse, das sich in den berechneten Spektren der Kräfte und Beschleunigungen äußert. Zum anderen steht die Frage im Fokus, wie schon leichte Schäden oder Formabweichungen durch Auswertungen von Messsignalen auf Maschinenoberflächen oder auf dem Lageraußenring eindeutig identifiziert werden können. Die radialen Bewegungen des Lageraußenrings spielen insofern eine besondere Rolle, als dass sie in Prüfständen unverformter Lager (z. B. durch Beschleunigungsaufnehmer) zur Qualitätsprüfung der Lager erfasst und ausgewertet werden. Auf der Grundlage der Untersuchungen soll eine Wälzlagerdiagnose direkt im verformten Zustand ermöglicht werden.

Zunächst werden die Simulationsergebnisse mit idealer Lager- und Ellipsengeometrie genauer analysiert. Hierbei sollen vor allem die deterministischen Erregungsmechanismen innerhalb der Lager infolge der elliptischen Verformung identifiziert werden. Anschließend folgen Parameterstudien, in denen, ausgehend von der ursprünglichen Geometrie, die Einflüsse einzelner geometrischer Parameter (Spiel, Exzentrizität, Kugel- und Laufbahnfehler) untersucht werden. Dabei werden die Zeitsignale, die Amplitudenspektren und die Hüllkurvenspektren der Rückstellkräfte sowie der Beschleunigungen auf der Topfoberfläche ausgewertet.

7.1 Ideale Geometrie

Unter einer idealen Geometrie wird die Geometrie aller Bauteile (vgl. Tabelle 6-1) ohne Formabweichungen verstanden, d. h.:

- die Ellipse rotiert mittig im Topf,
- alle Kugeln sind ideal rund und haben den gleichen Durchmesser,

-
- die Kugeln und Laufbahnen weisen keine Welligkeiten oder Rauigkeiten auf ($C_{\text{rau}} = 0$).

Die unter diesen Annahmen ermittelten Kräfte, Verformungen und Beschleunigungen wurden teilweise bereits im Abschnitt 6.2.2 beschrieben, sollen an dieser Stelle jedoch detaillierter betrachtet werden. Anschließend wird kurz erläutert, in welchem Ausmaß sich raue Oberflächen auf die Wälzlagerdiagnose auswirken.

7.1.1 Kontaktkräfte und ihre Verteilung

Im Gegensatz zu Anwendungen mit unverformten Lagerringen (siehe Abschnitt 3.3.2) wirken in verformten Lagern auch Kontaktkräfte ohne eine radiale Verschiebung δ_r zwischen Innen- und Außenring. Zur Beurteilung dieser Kräfte und ihrer Verteilung wird mit Hilfe des Modells der Kraftverlauf einer Kugel in Abhängigkeit von ihrer Winkellage zur Ellipse bestimmt, wobei 0° der Lage in der großen Ellipsenachse und 90° der Lage in der kleinen Ellipsenachse entsprechen (siehe Abbildung 7-1).

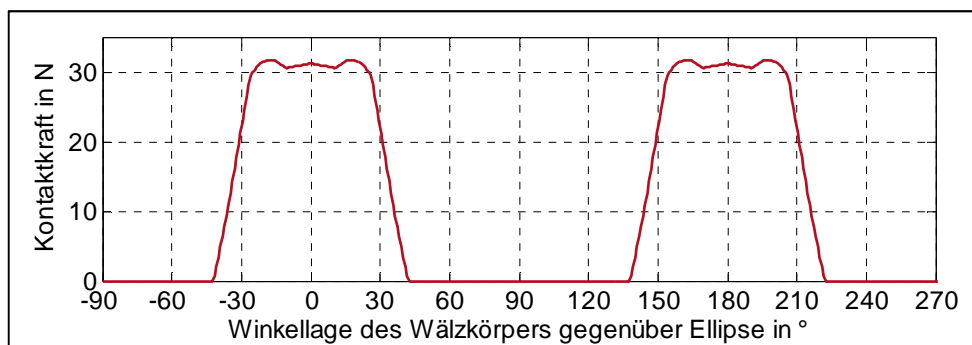


Abbildung 7-1: Lastverteilung, ideales Lager

Aufgrund der Ellipsensymmetrie sind die Verläufe im Bereich von 0° und 180° identisch und spiegelsymmetrisch zu einer Vertikalen bei 90° . Es werden maximale Kontaktkräfte von 31,7 N erreicht. Diese liegen jedoch nicht in den Winkellagen der hohen Ellipsenachse, wo die Verformung des Lageraußenringes maximal ist (0° und 180°), sondern jeweils um ca. 20° versetzt zu diesen. Vergleicht man mit Lastverteilungen in unverformten Lagern (vgl. Abbildung 3-8), fällt auch der unharmonische Verlauf der Kontaktkraft auf, der eher einem Trapez als einer harmonischen Kurve ähnelt. Der Winkelbereich des Lasteingriffes beträgt ca. 80° pro Ellipsenseite, so dass sich die Kugeln nur ca. 45 % der Zeit im Eingriff befinden. Berücksichtigt man den Winkelabstand zwischen den Kugeln (bei 23 Kugeln ca. 15°), kann festgestellt werden, dass der größte Teil der Verformungen des Lageraußenringes und Topfes lediglich von 2 bis 3 Kugeln pro Seite getragen wird. Addiert man alle Kräfte einer Seite vektoriell zu

einer einseitigen Rückstellkraft, beträgt diese je nach Lage der Kugeln zwischen 124 N und 126 N. Da infolge der ungeraden Wälzkörperanzahl unterschiedliche Winkellagen der Kugeln auf den beiden Seiten der Ellipse vorliegen, heben sich diese Kräfte nicht exakt auf, so dass sich eine geringe Rückstellkraft auf die Welle ergibt. Diese kann in ihre Komponenten längs und quer zur Hochachse der Ellipse aufgeteilt werden, die eine Krafterregung der Welle im mitrotierenden Koordinatensystem darstellen (siehe Abbildung 7-2). Da sich der Spannungszustand in diesem Koordinatensystem für jede Kugel wiederholt, resultieren periodische Signale mit $f_1 = 426$ Hz (Überrollfrequenz der Wälzkörper auf dem Innenring) als Grundfrequenz, was bei der konkreten Lagergeometrie 12,8 Perioden pro Umdrehung bedeutet. Eine Aufteilung in globale Koordinaten (horizontal und vertikal), die sich lediglich durch eine Phasenverschiebung unterscheiden, verdeutlicht hingegen die Krafterregung auf die Wellenlagerung und somit das Gehäuse. In dieser Krafterregung ist der periodische Verlauf mit der Periodendauer $1/f_1$ ebenfalls erkennbar, jedoch ist dieser aufgrund der Transformation in globale Koordinaten moduliert (siehe Abbildung 7-3).

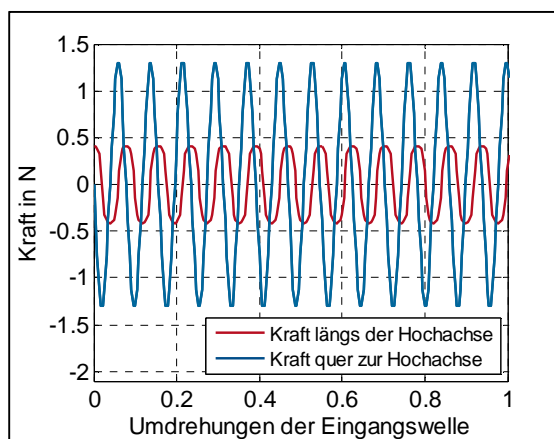


Abbildung 7-2: Rückstellkräfte längs und quer zur Hochachse

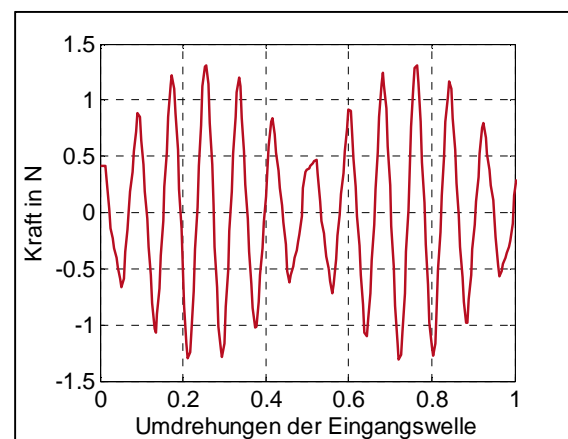


Abbildung 7-3: vertikale Rückstellkraft

Für das Amplitudenspektrum bedeutet dies die Erregung der rotierenden Eingangswelle mit der Überrollfrequenz des Innenrings f_1 , während stationäre Bauteile infolge der Modulation mit Seitenbändern im Abstand der Drehfrequenz (33 Hz) erregt werden, so dass die Erregungsfrequenzen 393 Hz und 459 Hz oder als Vielfache der Drehzahl ausgedrückt die Ordnungen 11,7 bzw. 13,7 resultieren (siehe Abbildung 7-4, rote Linie). Weitere Anregungsfrequenzen treten im Amplitudenspektrum erst oberhalb von 1000 Hz auf und werden hier nicht weiter betrachtet. Erhöhte Amplituden bei den beschriebenen Frequenzen zeigen sich schwächer ausgeprägt auch im Hüllkurvenspektrum, während in diesem infolge der Modulation die

doppelte Drehfrequenz sowie ihre Vielfachen die höchsten Amplituden aufweisen (siehe Abbildung 7-4, blaue Linie).

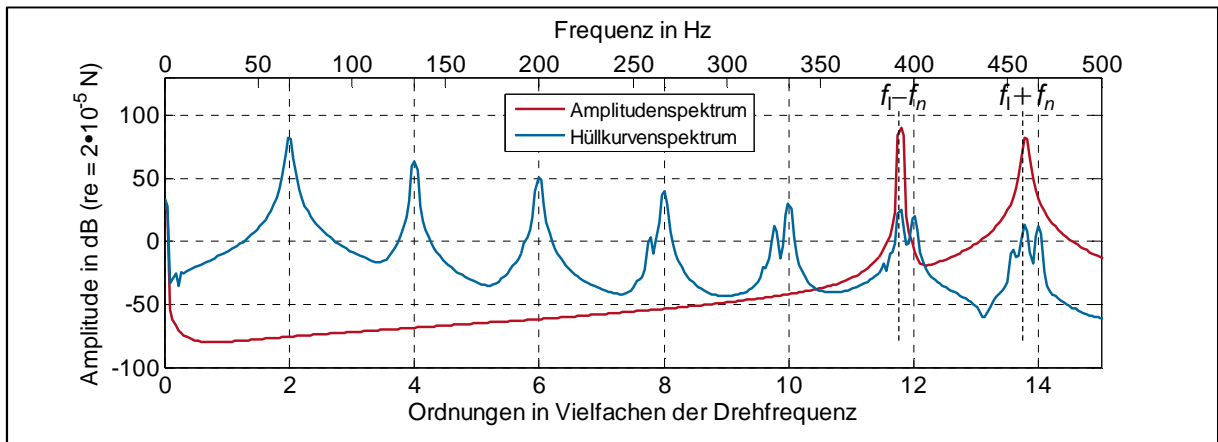


Abbildung 7-4: Amplituden- und Hüllkurvenspektrum der vertikalen Rückstellkraft

7.1.2 Beschleunigung auf der Topfoberfläche

Bereits im Rahmen der Validierung wurde beschrieben, dass das Zeitsignal auch ohne Abbildung von Rauigkeiten Impulse aufweist (vgl. Abschnitt 6.2.2). In diesem Abschnitt sollen die Ursachen dieser Impulse untersucht werden. Auch werden das Amplituden- und Hüllkurvenspektrum näher analysiert.

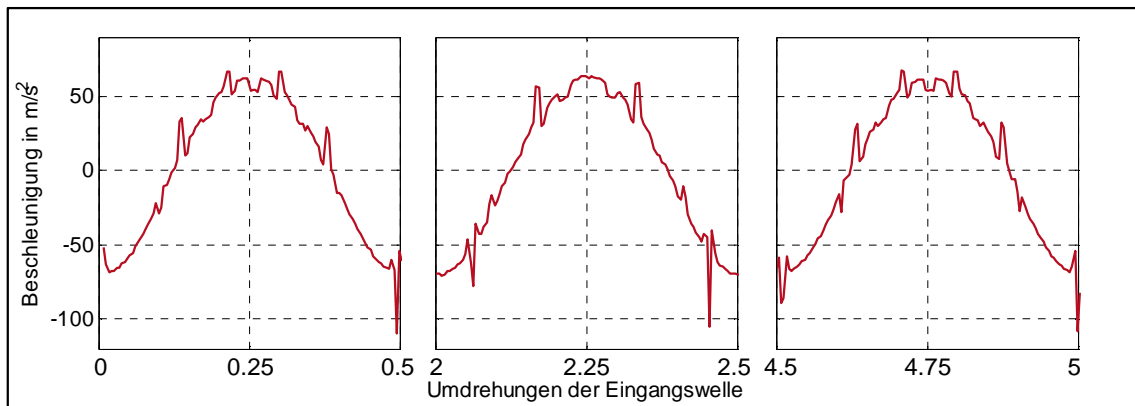


Abbildung 7-5: Wiederholung des Beschleunigungssignals

Die Impulse im Zeitverlauf weisen eine bestimmte Regelmäßigkeit auf, die sich alle 4,5 Umdrehungen der Ellipse wiederholt (siehe Abbildung 7-5). Es sind positive Impulse gleichen Abstandes bei positiven Beschleunigungen sowie spitze negative Impulse im Bereich negativer Beschleunigungen zu erkennen. Beide Impulsarten haben unterschiedliche Ursachen, die durch eine Betrachtung der Verformungen, Kugelpositionen und Kontakte an jeweiligen

Impulszeitpunkten identifiziert werden können. In Abbildung 7-6 sind diese Größen für drei Zeitpunkte in unmittelbarer Umgebung eines positiven Impulses dargestellt (Änderungen der Kontakte sind durch vergrößerte Markierungen gekennzeichnet).

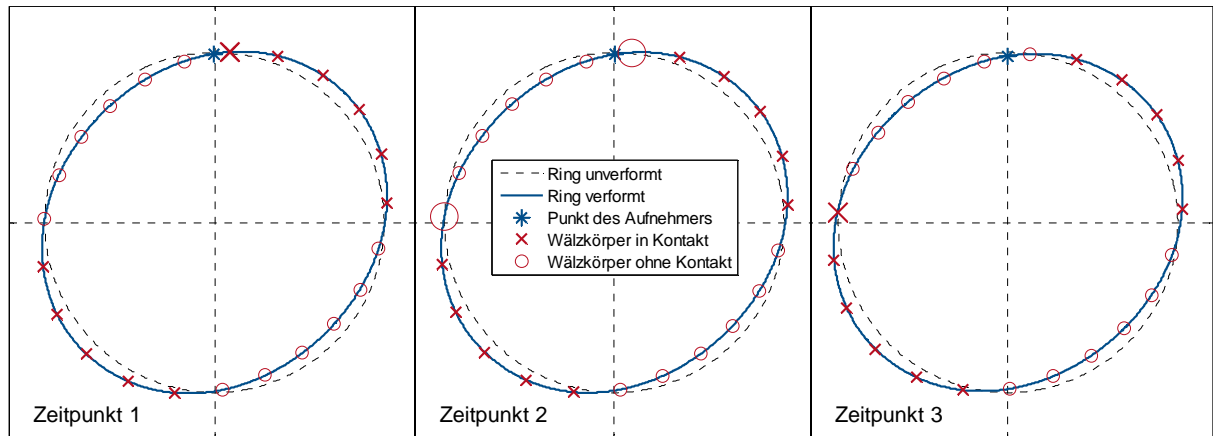


Abbildung 7-6: Verformungen und Kugelpositionen bei Kontaktänderung

Es ist zu erkennen, dass innerhalb eines sehr kurzen Zeitraumes (die Winkellage der Ellipse ändert sich nur geringfügig) zwei Kontaktänderungen stattfinden. Zunächst wird der oberste Kontakt aufgelöst (von Zeitpunkt 1 zu 2), woraufhin sich kurze Zeit später links ein weiterer Kontakt ergibt (von Zeitpunkt 2 zu 3). Dieser Vorgang lässt sich zeitversetzt auf beiden Seiten der großen Ellipsenachse beobachten. Tritt er auf der Seite auf, auf der sich auch der virtuelle Beschleunigungsaufnehmer befindet (wie in Abbildung 7-6), führt dies zu zwei sprunghaften Änderungen der Verformung und dadurch zu den beobachteten Beschleunigungsimpulsen. Da der Kontaktwechsel mit dem Abrollen der Kugeln auf dem Innenring zusammenhängt, erfolgen diese Impulse mit der Überrollfrequenz des Innenrings f_l .

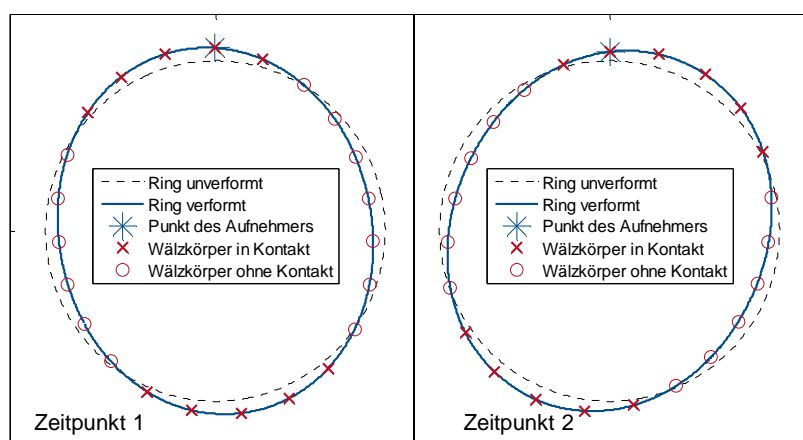


Abbildung 7-7: Verformung und Kugelposition bei negativen Impulsen

Die negativen Impulse treten bei negativen Beschleunigungen auf, also wenn sich der beobachtete Lagerpunkt im Bereich der hohen Ellipsenachse befindet (im Gegensatz zu den positiven, bei denen sich der beobachtete Lagerpunkt in Winkelbereichen befindet, in denen kein Kugelkontakt existiert). Die Zeitpunkte der Impulse korrelieren jedoch in diesem Fall nicht mit Kontaktänderungen. Vielmehr treten sie immer dann auf, wenn sich eine belastete Kugel unter dem virtuellen Beschleunigungsaufnehmer befindet (siehe Abbildung 7-7). Dementsprechend ist ihre Frequenz im Gegensatz zu den positiven Impulsen die Überrollfrequenz des Außenrings f_A .

Auch die Wiederholung des Impulsmusters alle 4,5 Umdrehungen kann durch die Kinematik des Lagers erklärt werden und resultiert aus dem irrationalen Verhältnis der Drehfrequenz zur Überrollfrequenz des Außenrings. Dieses bewirkt, dass sich die Kugeln nach einer Umdrehung der Eingangswelle in anderen Winkellagen zur Ellipse befinden als zu Beginn der Simulation. Jedoch weisen die Periodendauern $1/f_A$ und $1/(2f_N)$ bei der betrachteten Geometrie bei 4,5 Umdrehungen annähernd ein gemeinsames Vielfaches auf (zwei Umdrehungen des Lagerkäfigs), so dass nach der entsprechenden Zeit sowohl die Ellipse als auch die Kugeln die annähernd identische Position zum beobachteten Lagerpunkt haben.

Tabelle 7-1: charakteristische Frequenzen des modellierten Lagers

charakteristische Frequenz	Ordnung	Frequenzwert bei 2000 U/min
Überrollfrequenz Außenring f_A	10,21	340,3 Hz
Überrollfrequenz Innenring f_I	12,79	426,4 Hz
Käfigrotationsfrequenz $f_{Kä}$	0,44	14,8 Hz
Kugelkontaktfrequenz f_W	8,80	293,2 Hz

Die beschriebenen Mechanismen wirken sich auch auf das Amplituden- und Hüllkurvenspektrum der Beschleunigung aus (siehe Abbildung 7-8), so dass bei Berücksichtigung der charakteristischen Frequenzen des Lagers (siehe Tabelle 7-1) ein Großteil der auftretenden Peaks erklärt werden kann. Z. B. resultieren alle Peaks bei geraden Ordnungen aus der 2. Ordnung der Ellipse und deren Harmonischen. Seitbänder dieser Frequenzen im Abstand von ca. 0,2 Vielfachen der Drehfrequenz können zum einen mit der Periodizität des Signals nach 4,5 Umdrehungen erklärt werden. Zum anderen liegt die Überrollfrequenz des Außenrings bei der Ordnung 10,2.

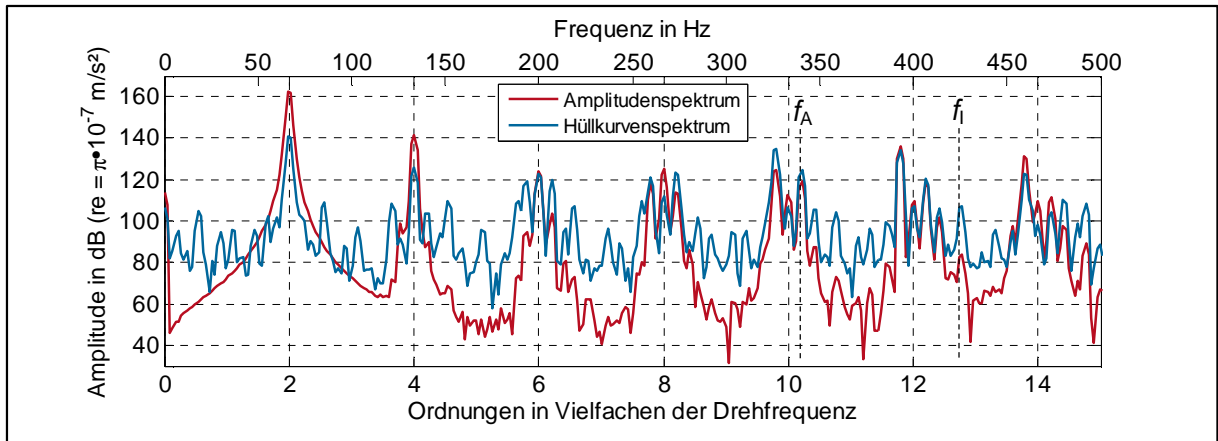


Abbildung 7-8: Beschleunigungsspektrum mit idealer Geometrie

Da die entsprechenden (negativen) Impulse, wie bereits beschrieben, mit dem Hub der Ellipse moduliert sind, können dadurch im Spektrum Seitenbänder im Abstand von 66 Hz respektive 2 Vielfachen der Drehfrequenz erwartet werden (also z. B. bei Ordnungen 6,2, 8,2, 12,2, 14,2...). Ein besonders ausgeprägter Peak bei der Überrollfrequenz des Innenrings infolge der im Zeitbereich deutlichen (positiven) Impulse ist nur im Hüllkurvenspektrum zu beobachten. Eine genauere Betrachtung zeigt, dass die entsprechenden Impulse innerhalb eines Hubes zwar die erwähnte Impulsfrequenz f_I aufweisen, jedoch zwischen den einzelnen Hüten zu einander versetzt auftreten (siehe Abbildung 7-9).

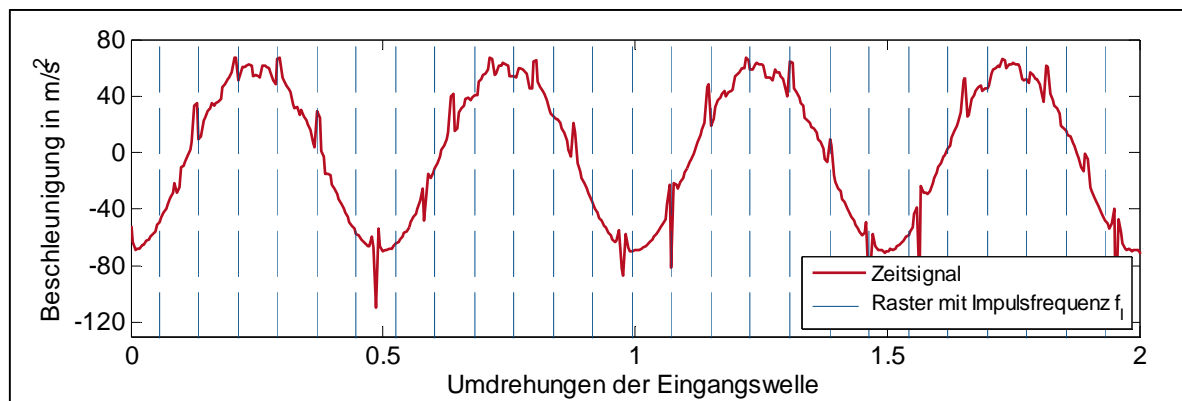


Abbildung 7-9: Impulsmuster des Beschleunigungssignals

Dadurch stimmen die Impulszeitpunkte nur jeden zweiten Hub mit einem gedachten Raster mit Impulsfrequenz f_I überein. Eine solche Wiederholung der Impulszeitpunkte einmal pro Umdrehung wirkt sich im Spektrum ähnlich wie eine Modulation der Impulse mit der Drehfrequenz aus, so dass sich anstatt eines deutlichen Peaks bei der Impulsfrequenz mit Ordnung 12,8 zwei benachbarte Peaks bei den Ordnungen 11,8 und 13,8 ausbilden (siehe Abbildung 7-8).

7.1.3 Auswirkung rauer Oberflächen

Abschließend soll im Hinblick auf die Wälzlagerdiagnose kurz dargestellt werden, wie stark sich raue Oberflächen auf Rückstellkräfte und Beschleunigungssignale auswirken. Im Fall der Rückstellkräfte sind die stochastischen Signalanteile im Zeitsignal nicht zu erkennen, da sie mit der Proportionalitätskonstante $C_{\text{rau}} = 0,001$ im Vergleich zu den maximalen Kontaktkräften nur sehr gering sind. Sie führen nichtsdestotrotz zu einem breitbandigen Rauschen im Amplituden- und Hüllkurvenspektrum auf einem Niveau von ca. 35-40 dB (siehe Abbildung 7-10). Während die im Amplitudenspektrum auftretenden Peaks bei den Ordnungen 11,8 und 13,8 trotzdem deutlich zu erkennen sind, ist dies beim Hüllkurvenspektrum nicht mehr der Fall, da das Rauschen diese überlagert. Lediglich die höchsten drei Amplituden bei der 2., 4. und 6. Ordnung sind im Hüllkurvenspektrum noch erkennbar.

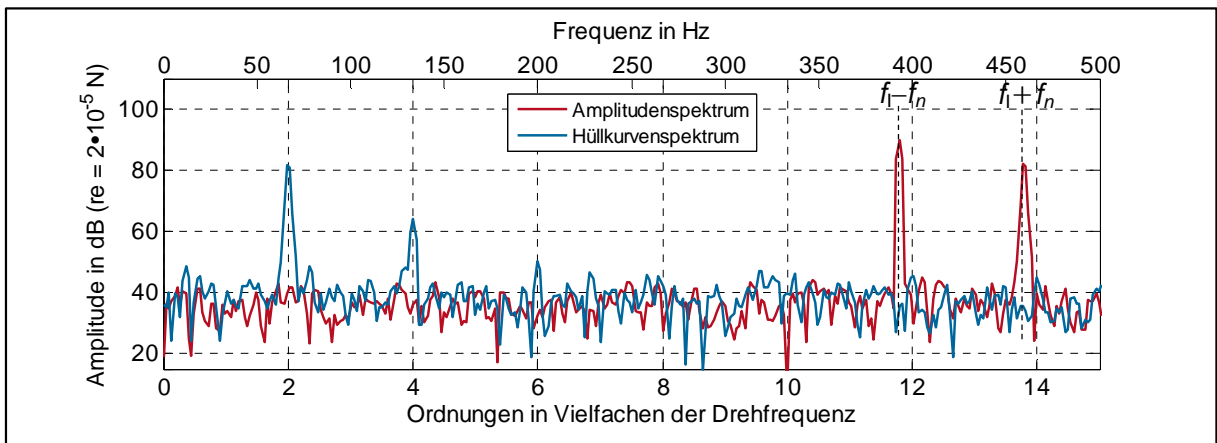


Abbildung 7-10: Amplituden- und Hüllkurvenspektrum der vertikalen Rückstellkraft, mit Rauigkeiten

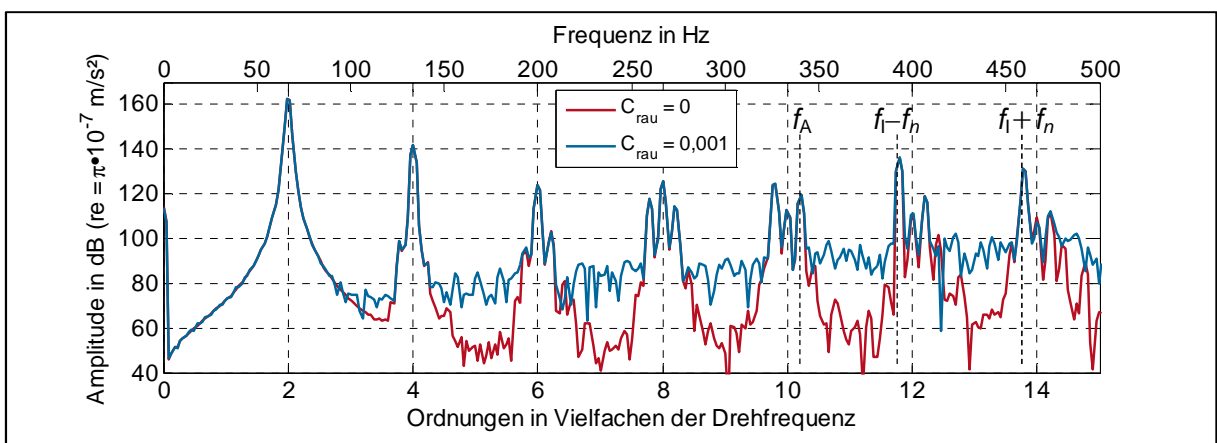


Abbildung 7-11: Beschleunigungsspektren mit/ohne Rauigkeit

Im Zeitsignal der Beschleunigung führen Rauigkeiten zu einer deutlicheren stochastischen Rauscherregung, so dass die im vorherigen Abschnitt beschriebenen Impulse nicht klar von zufälligen unterschieden werden können (vgl. Abbildung 6-9). Im Spektrum gelingt dies jedoch anhand der ausgeprägten Peaks, die sich bei dem mit Messdaten abgeglichenen Simulationsmodell um 20-40 dB aus dem Niveau des Rauschens (80-90 dB) abheben (siehe Abbildung 7-11). Auch im Hüllkurvenspektrum treten die Amplituden einzelner Frequenzen, die mit den Impulsen in Verbindung stehen, aus dem Rauschniveau hervor, jedoch nur um maximal 25 dB. Ursache hierfür ist ein höherer Einfluss der stochastischen Anteile (Rauschniveau von ca. 110 dB), so dass ein großer Teil deterministischer Peaks überdeckt wird und nicht erkannt werden kann (siehe Abbildung 7-12).

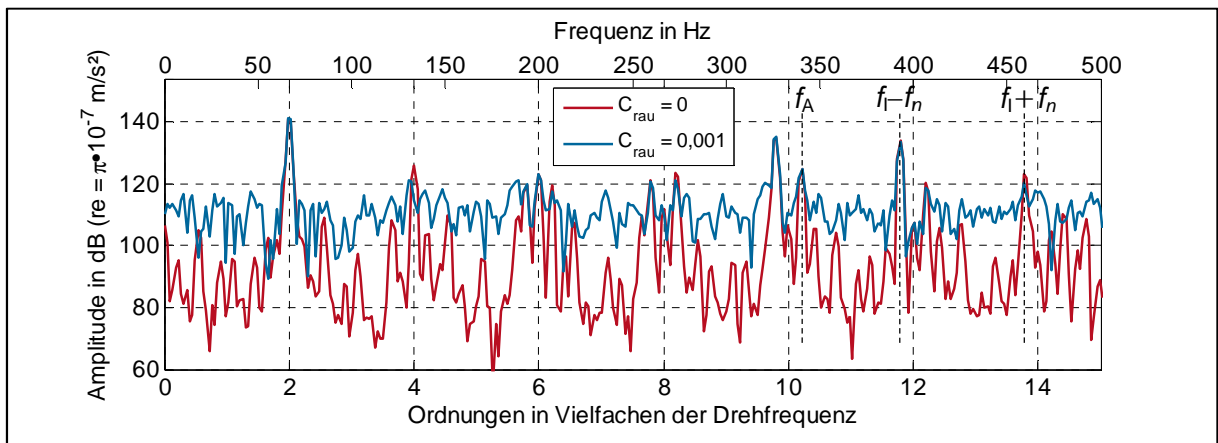


Abbildung 7-12: Hüllkurvenspektrum der Beschleunigung mit/ohne Rauigkeit

Insgesamt kann festgehalten werden, dass bereits ohne Formabweichungen und Rauigkeiten innerhalb der Lager die Lagerung der Welle aufgrund der Steifigkeitsschwankungen infolge der Kugelpositionen mit zwei diskreten Frequenzen erregt wird. Die Erregung des Lageraußenrings erfolgt hingegen in zahlreichen Frequenzen über den gesamten Frequenzbereich. Die Beschleunigungssignale auf der Außenringoberfläche (und somit ihre spektrale Zusammensetzung) sind dabei nicht nur durch die Steifigkeitsschwankungen infolge der Kugelpositionen, sondern auch durch den Hub der Ellipse sowie durch einzelne Kontaktwechsel der Kugeln geprägt. Diese Phänomene äußern sich durch entsprechende Impulsfrequenzen und können in Amplituden- oder Hüllkurvenspektren nachgewiesen werden, wohingegen die Erkennung im Zeitsignal durch stochastische Signalanteile aufgrund von Oberflächenrauigkeiten sehr erschwert wird und sich erst bei fortgeschrittener Schädigung bemerkbar macht.

7.2 Einfluss von Lagerspiel

Das radiale Spiel ist einer der wesentlichen Konstruktionsparameter von Lagern. Bereits im Rahmen der Validierung (vgl. Abschnitt 6.1) wurde gezeigt, dass sich eine Reduktion des Spiels (durch eine Aufweitung der Ellipse) auf die Kontakte und Kräfte innerhalb des Lagers auswirkt. Im Folgenden soll untersucht werden, welchen Einfluss die Variation des Spiels auf die Lastverteilung, die Wellenrückstellkräfte sowie die Beschleunigung der Topfoberfläche hat. Hierfür wird im Modell der Durchmesser des Lageraußenrings in aufeinander folgenden Simulationen geringfügig variiert, so dass ein Spiel zwischen 0 und 50 μm resultiert. Dies entspricht Werten für verfügbare Rillenkugellager der betrachteten Größe (vgl. [48], Bohrungsdurchmesser $d = 30\text{--}40\text{ mm}$).

7.2.1 Kontaktkräfte und ihre Verteilung

Die Lastverteilung in Abhängigkeit vom Spiel ist in Abbildung 7-13 dargestellt. Sie zeigt, dass sich mit zunehmendem Spiel die Lastzone der Kugeln verringert und dafür die maximalen Kräfte steigen, was prinzipiell mit Lastverteilungen in unverformten Lagern übereinstimmt (vgl. Abschnitt 3.3.2). Während die Lastzone in diesen Lagern ohne Spiel volle 180° beträgt, resultiert im elliptisch verformten Fall jedoch auch ohne Spiel eine reduzierte Lastzone von ca. 110° . An dieser Stelle sei angemerkt, dass die Abbildung der Rauigkeiten im Modell nur geringe Auswirkungen auf den Verlauf der Kontaktkräfte hat und in diesen keine ausgeprägten Rauschanteile zu erkennen sind (im Gegensatz zum Beschleunigungssignal, vgl. Abbildung 6-9). Bei maximalem Spiel von 50 μm weist die Lastzone einen weiter reduzierten Winkelbereich von 70° auf, wobei die Kontaktkraft lediglich in 50° davon 20 N überschreitet. Dadurch wird der größte Teil der Bauteilverformungen je nach Ellipsenseite von zwei Kugeln oder sogar nur von einer Kugel getragen. Dies wirkt sich in einem deutlicheren Unterschied der Rückstellkräfte auf beiden Seiten der Ellipse aus, so dass sich die resultierende Rückstellkraft auf die Welle mit steigendem Spiel erhöht. Sind jedoch mehr Kugeln im Eingriff (ohne Spiel sind dies 7-8 auf jeder Ellipsenseite), führt das zu geringeren Lastunterschieden, so dass die resultierende Rückstellkraft deutlich sinkt (siehe Abbildung 7-14). Spektral wirkt sich ein erhöhtes Spiel auf die Rückstellkräfte in Form von höheren Amplituden bei gleich bleibenden Frequenzen aus. Vor allem die Amplituden bei der Ordnung 11,7 steigen mit zunehmendem Spiel um bis zu 20 dB (siehe Abbildung 7-15).

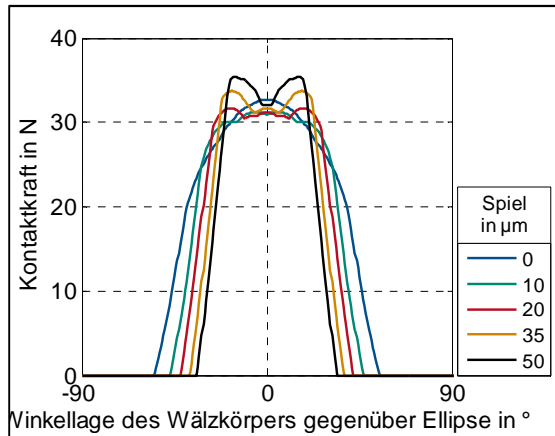


Abbildung 7-13: Lastverteilung in Abhängigkeit vom Lagerspiel

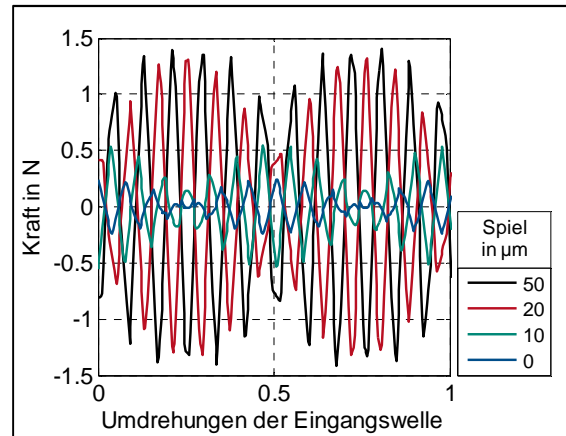


Abbildung 7-14: vertikale Rückstellkraft in Abhängigkeit vom Lagerspiel

Spektral wirkt sich ein erhöhtes Spiel auf die Rückstellkräfte in Form von höheren Amplituden bei gleich bleibenden Frequenzen aus. Vor allem die Amplituden bei der Ordnung 11,7 steigen mit zunehmendem Spiel um bis zu 20 dB (siehe Abbildung 7-15).

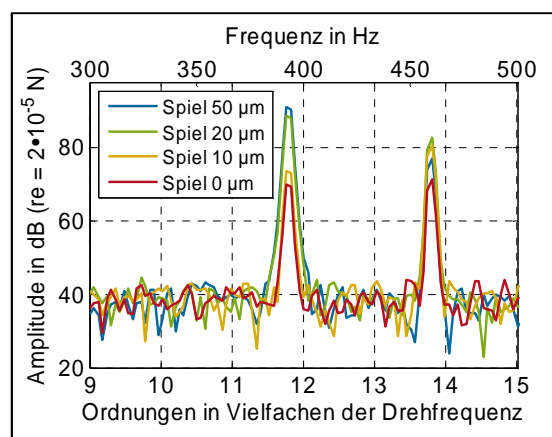


Abbildung 7-15: Spektren der vertikalen Rückstellkraft in Abhängigkeit vom Spiel

7.2.2 Beschleunigung auf der Topfoberfläche

Da die Muster der positiven Impulse im Beschleunigungssignal eng mit den Kontakten zwischen Kugeln und Lageraußenring zusammenhängen, werden sie vom Spiel deutlich beeinflusst. Durch die stochastischen Signalanteile sind die Einflüsse im Zeitsignal zwar schwer zu erkennen (siehe Abbildung 7-16), werden jedoch bei Simulationen ohne Rauigkeiten deutlich (siehe Abbildung 7-17).

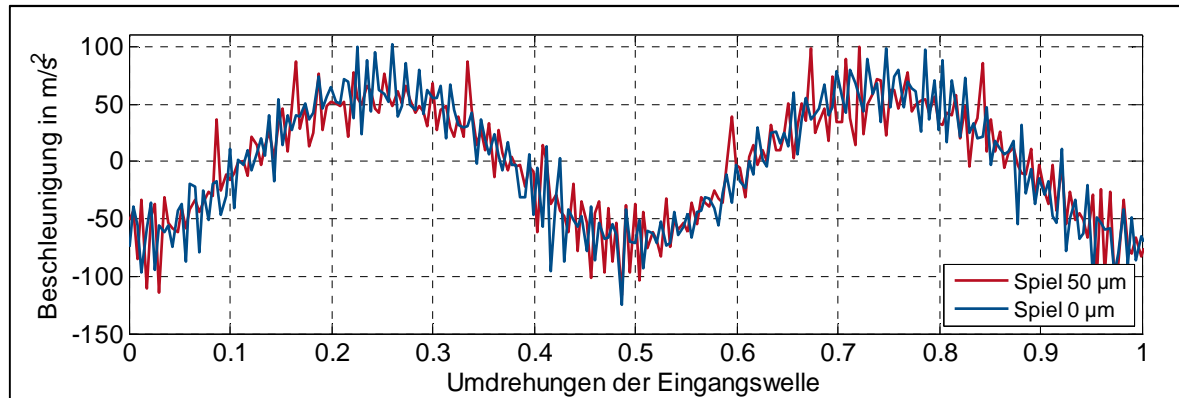


Abbildung 7-16: berechnete Beschleunigungen in Abhängigkeit vom Lagerspiel

So ändern sich sowohl die Zeitpunkte der Impulse (infolge unterschiedlicher Kontaktwechsel) als auch ihre Amplitude, die mit zunehmendem Spiel steigt.

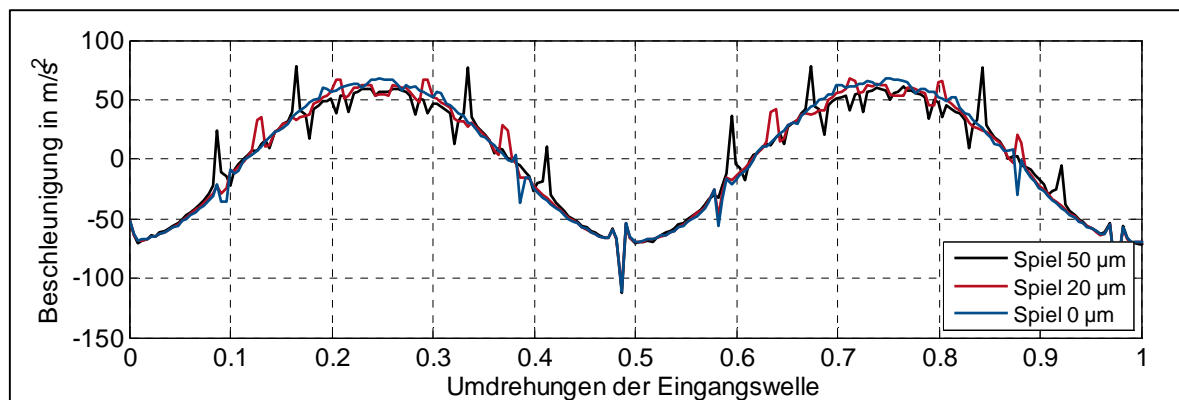


Abbildung 7-17: berechnete Beschleunigungen in Abhängigkeit vom Lagerspiel, ohne Rauigkeiten

Spektral wirken sich die veränderten Impulsmuster mit größerem Spiel auch mit abgebildeten Rauigkeiten deutlich aus, nämlich in Form von steigenden Amplituden zahlreicher Peaks, deren Frequenzlage sich jedoch nicht verändert (siehe Abbildung 7-18). Für die Wälzlagerdiagnose von Bedeutung sind dabei vor allem die Peaks infolge der positiven Impulse bei den Ordnungen 11,8 und 13,8. Ihre Amplituden sind bei einem Spiel von 20 μm gegenüber dem spielfreien Zustand um bis zu 20 dB erhöht, während eine weitere Spielerhöhung auf 50 μm nur geringe Amplitudenerhöhungen bewirkt. Auch die Amplituden der 4. und 8. Ordnung steigen mit größerem Spiel. Dies ist dadurch zu erklären, dass die Lager mit kleinerem Spiel enger an der Ellipse anliegen und ihre Verformung weniger von der Ellipsengeometrie abweicht, deren Hub bei Rotation selbst lediglich die zweite Ordnung anregen würde.

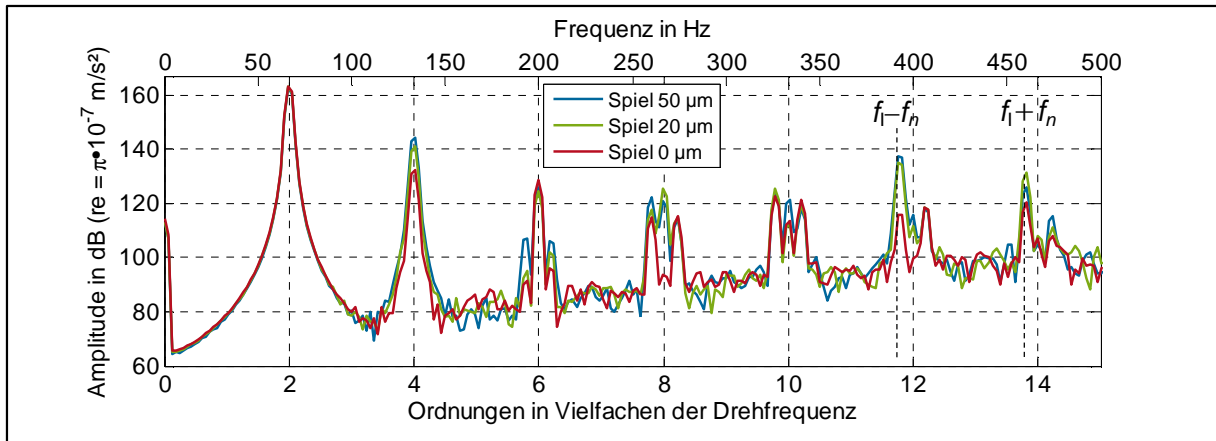


Abbildung 7-18: berechnete Schmalbandspektren in Abhängigkeit vom Lagerspiel

Sowohl für die Wellenrückstellkräfte als auch für die Beschleunigungen auf dem Lageraußenring zeigt ein geringeres Lagerspiel im verformten Zustand somit Vorteile. Es bewirkt eine harmonischere Belastung der Kugeln und reduziert deterministische Impulse im Beschleunigungssignal.

7.3 Einfluss einer umlaufenden Exzentrizität

Eine exakte Positionierung von Bauteilen in Maschinen oder Prüfständen ist prinzipiell nicht möglich, da stets geometrische Imperfektionen von Bauteilen oder ungleichmäßige Verspannungen infolge der Montage existieren. In diesem Abschnitt sollen die Auswirkungen einer umlaufenden exzentrischen Lage der Ellipse auf die Kontaktkräfte und Beschleunigungen untersucht werden. Eine solche umlaufende Exzentrizität kann z. B. Folge einer leicht verbogenen Eingangswelle oder einer ungenauen Montage der Ellipse auf der Eingangswelle sein. In Anlehnung an Erfahrungswerte aus Messungen am Prüfstand werden Simulationen mit Exzentrizitäten zwischen 0 und 15 µm durchgeführt. Diese werden in Richtung der hohen Ellipsenachse modelliert, da die Steifigkeit der Lager in diese Richtung am größten ist (vgl. Abschnitt 6.1) und folglich im Hinblick auf die Verspannung den Worst Case darstellt.

7.3.1 Kontaktkräfte und ihre Verteilung

Die Auslenkung der Ellipse führt zu zusätzlichen Verspannungen der Lager, so dass die Belastung der Kugeln auf der Seite der Auslenkung (0°) leicht zu- und auf der gegenüberliegenden Seite (180°) abnimmt (siehe Abbildung 7-19). Die Form der Lastverteilung sowie der Winkelbereich der Lastzone ändern sich kaum. Für die Rückstellkräfte auf die Welle bedeutet die Exzentrizität in erster Linie eine zusätzliche Erregung mit Drehzahl (bei 33 Hz, siehe Abbildung 7-20). Neben dieser Erregung lässt sich im Spektrum auch erkennen, dass sich die

Kraftschwankungen der Ordnungen 11,8 und 13,8 nur geringfügig ändern (siehe Abbildung 7-21).

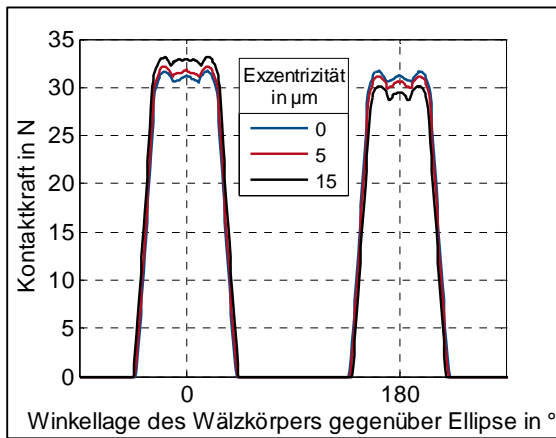


Abbildung 7-19: Lastverteilung in Abhängigkeit von der Exzentrizität

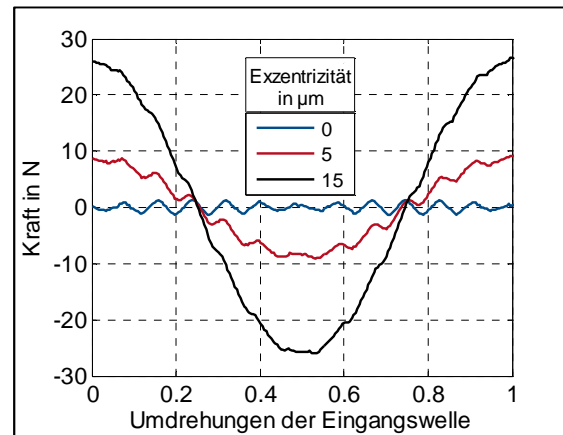


Abbildung 7-20: vertikale Rückstellkraft in Abhängigkeit von der Exzentrizität

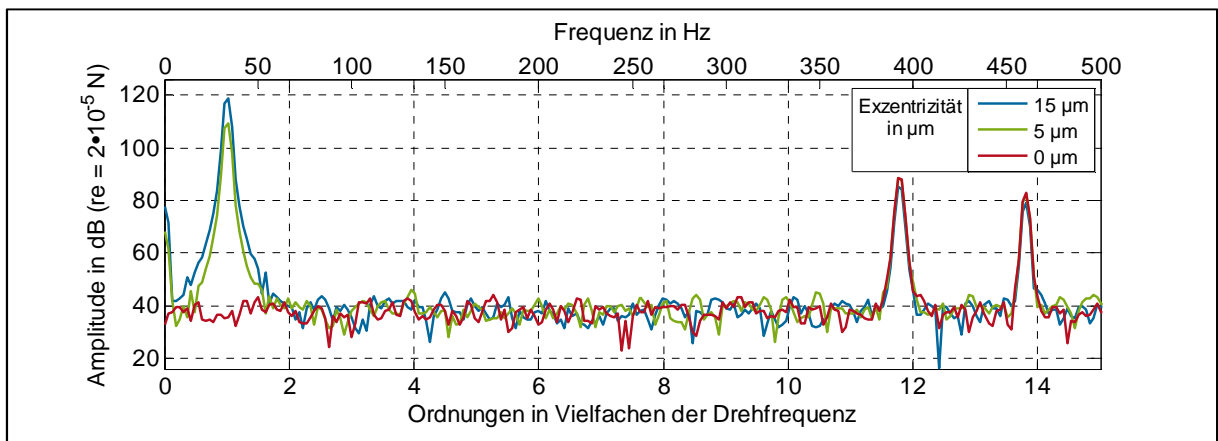


Abbildung 7-21: Spektren der vertikalen Rückstellkraft in Abhängigkeit von der Exzentrizität

7.3.2 Beschleunigung auf der Topfoberfläche

Obwohl durch eine Exzentrizität im Zeitsignal prinzipiell eine Sinusschwingung mit Drehfrequenz zu erwarten ist, lassen die berechneten Signale auch ohne die Abbildung von Rauigkeiten keine deutlichen Auswirkungen der verschiedenen Exzentrizitäten erkennen (siehe Abbildung 7-22). Dies lässt sich dadurch erklären, dass der Hub durch eine Exzentrizität von 15 µm bei 2000 U/min lediglich eine Beschleunigung mit einer Amplitude von $0,65 \text{ m/s}^2$ verursacht, die gegenüber der Beschleunigungsamplitude infolge des Ellipsenhubs ($\sim 65 \text{ m/s}^2$) sehr klein ist.

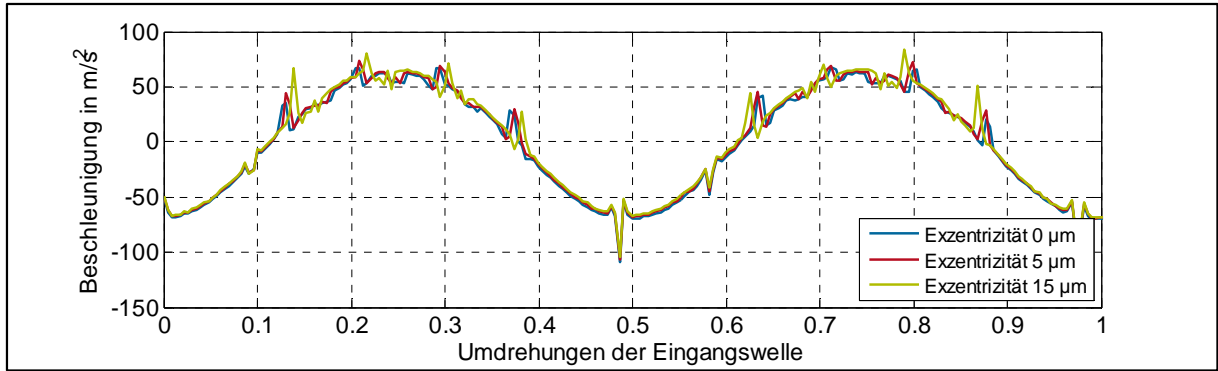


Abbildung 7-22: berechnete Beschleunigungen in Abhängigkeit von der Exzentrizität, ohne Rauigkeiten

Bei der Betrachtung des Spektrums zeigt sich jedoch, dass sich die Exzentrizitäten durchaus auf die Beschleunigungssignale auswirken. Neben der erwarteten Erregung bei Drehfrequenz sind zudem weitere Schwingungsanteile ungerader Ordnungen erkennbar (siehe Abbildung 7-23). Deren Amplituden haben die Größenordnung der Beschleunigung bei der Drehfrequenz, die nach

$$L_a(f_n, \hat{u}_{\text{exz}}) = 20 \cdot \lg \left(\frac{\hat{u}_{\text{exz}} \cdot (2\pi f_n)^2}{a_{\text{Ref}}} \right) \text{ dB} \quad 7-1$$

aus der modellierten Exzentrizität und der Drehzahl folgt. Der Nachweis der Exzentrizität aus einem gemessenen Signal erfolgt somit am einfachsten durch die Umformung von Gl. 7-1 nach \hat{u}_{exz} und eine Auswertung des Beschleunigungspegels bei der Drehfrequenz. Hierbei sei angemerkt, dass eine so bestimmte Exzentrizität auch Anteile aus einer möglichen Unwucht enthält. Die Auslenkung der Welle infolge der Unwuchtkräfte ist jedoch im Gegensatz zur Auslenkung infolge ungenauer Montage von der Drehzahl abhängig, so dass durch Messungen bei verschiedenen Drehzahlen die beiden Anteile unterschieden werden können.

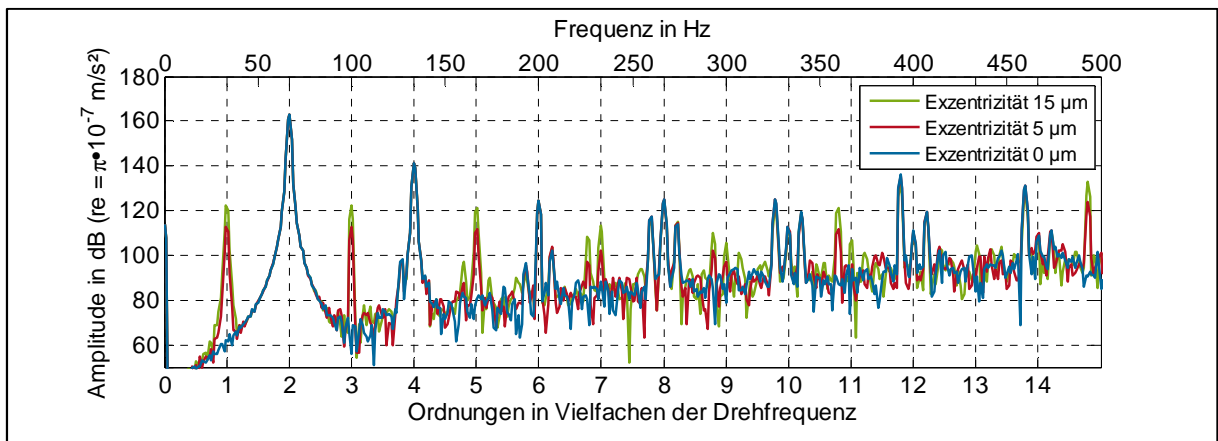


Abbildung 7-23: Beschleunigungsspektren in Abhängigkeit von der Exzentrizität

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die umlaufende Exzentrizität für die Rückstellkräfte vor allem eine Erregung mit Drehfrequenz bewirkt, während sie in den Beschleunigungssignalen auch zu Peaks bei den ungeraden Harmonischen der Drehfrequenz führt. Auf Kontaktänderungen und Steifigkeitsschwankungen und somit auch auf die Amplituden bei den von diesen Prozessen beeinflussten Impulsfrequenzen zeigt die Exzentrizität keinen erkennbaren Einfluss.

7.4 Lagerschäden

Treten infolge mechanischer Belastungen erste Materialausbrüche oder Verformungen von Lagerbauteilen auf, so wirken sich diese in der Regel noch nicht negativ auf die Funktionalität des Lagers aus. Häufig leiten sie jedoch einen Degradationsprozess des Lagers ein, der in kurzer Zeit (gemessen an der Lebensdauer des Lagers) zu erhöhtem Rollwiderstand, schlechterer Laufruhe und schließlich bis hin zum Lagerversagen führen kann, so dass auch angrenzende Bauteile wie Wellen, Zahnräder oder Gehäuse beschädigt werden. Die Schwingungsdiagnose ermöglicht die Identifikation von Lagerschäden bereits in einem sehr frühen Stadium, so dass solche Einschränkungen der Funktionalität oder gar Ausfälle von Maschinen verhindert werden können. Voraussetzung hierfür ist die Kenntnis der Auswirkungen von einzelnen Lagerschäden auf messbare Signale. Im Folgenden soll untersucht werden, wie sich leichte Beschädigungen in verformten Lagern bereits auf Kräfte und Beschleunigungssignale auswirken und ob sie sich in vergleichbarer Weise in den Beschleunigungssignalen auf der Lageroberfläche nachweisen lassen wie in konventionellen Lagern (vgl. Abschnitt 3.4.4). Dabei werden die Beschädigungen von Lagerinnen-, Lageraußenring sowie von einer Kugel als punktförmige Unebenheiten dieser Bauteile mit einer radialen Ausprägung von $2\text{ }\mu\text{m}$ im Modell abgebildet. Rollen die Kontaktpunkte zwischen den Kugeln und den Lagerringen im Laufe der Rotation über diese Unebenheiten, bewirken die kurzzeitig unterschiedlichen Verformungen Kraftimpulse auf die betroffenen Bauteile, die je nach Schaden Impulsfolgen mit unterschiedlichen Frequenzen und Modulationen bilden.

7.4.1 Kontaktkräfte bei Kugelschaden

Da sich die Lagerschäden nur zu bestimmten Zeitpunkten in Form von zusätzlichen Verformungen äußern, haben sie keinen Einfluss auf die generelle Lastverteilung innerhalb des Lagers (unabhängig vom beschädigten Bauteil). Die berechneten Kräfte unterscheiden sich somit nur durch die Zeitpunkte, den Ort und die Höhe der schädigungsbedingten Kraftimpulse. In Abbildung 7-24 sind die Kraftverläufe für die beschädigte Kugel (Kugel 1), eine daran

angrenzende Kugel (Kugel 2) sowie eine Kugel auf der gegenüberliegenden Seite der Ellipse (Kugel 13) dargestellt.

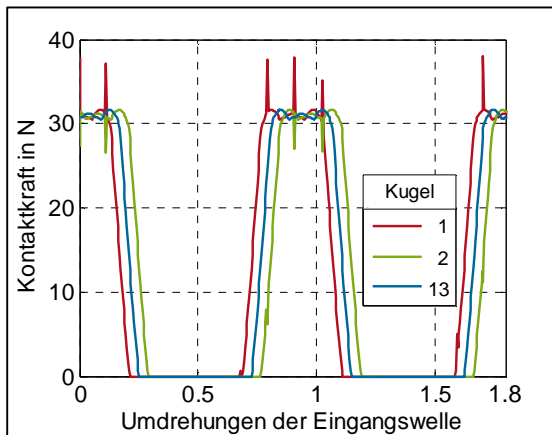


Abbildung 7-24: Kraftverläufe mit Kugelschaden

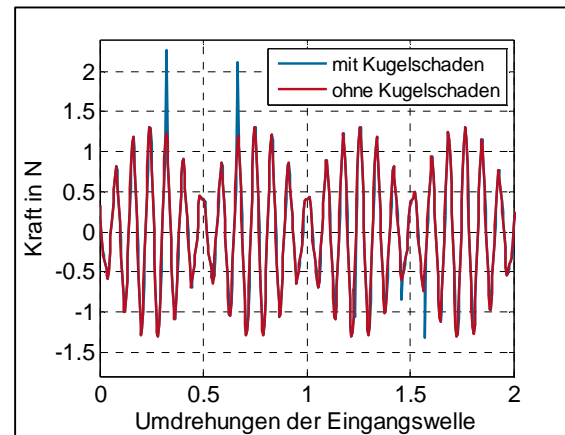


Abbildung 7-25: vertikale Rückstellkraft mit Kugelschaden

Die Impulse auf die beschädigte Kugel sind deutlich als lokale Steigerungen der Kontaktkraft ausgeprägt. Sie treten jedoch nur auf, wenn sich die beschädigte Kugel in der Lastzone befindet, so dass aufgrund der weiten Bereiche ohne Kontakt nur 2-3 Impulse direkt hintereinander folgen. Auch ist zu erkennen, dass zu den Zeitpunkten der Impulse nicht nur die beschädigte, sondern auch ihre benachbarte Kugel impulsartige Änderungen erfährt, jedoch als kurzzeitige Abnahme der Kontaktkraft. Das heißt, die beschädigte Kugel übernimmt einen größeren Teil der Verformungsarbeit, während benachbarte Kugeln entlastet werden. Die Kugeln auf der gegenüberliegenden Seite der Ellipse weisen hingegen keine Impulse auf und werden offenbar nicht beeinflusst. Auch zeigt Abbildung 7-24, dass die Eingangswelle aufgrund der langsamen Rotation des Lagerkäfigs 1,8 Umdrehungen zurücklegen muss, bis ein Wälzkörper einmal vollständig über der Ellipse abrollt.

In der vertikalen Rückstellkraft der Welle sind infolge des Kugelschadens nur vereinzelte Impulse ohne offensichtliches Muster erkennbar (siehe Abbildung 7-25). Auch sind diese deutlich kleiner als die Kraftimpulse der beschädigten Kugel. Dies resultiert daraus, dass die erhöhte Kontaktkraft der beschädigten Kugel durch die Senkung bei den benachbarten Kugeln kompensiert wird und die Auswirkung auf die resultierende Kraft geringer ausfällt. Spektral hebt sich das Spektrum der Rückstellkraft mit Kugelschaden auch nur geringfügig vom Spektrum ohne Schaden ab, dessen Amplituden abgesehen von den zwei deutlichen Peaks vom Rauschen bestimmt werden (siehe Abbildung 7-26). Die Auswirkungen des Kugelschadens können trotzdem identifiziert werden. Diese sind erhöhte Amplituden bei der Käfigrota-

tionsfrequenz $f_{K\ddot{a}}$ (14,8 Hz) sowie bei Seitenbändern der Kugelkontaktfrequenz f_W (293 Hz) im Abstand von $f_{K\ddot{a}}$, die aus der Modulation der Impulsfolgen aufgrund der Käfigrotation resultieren.

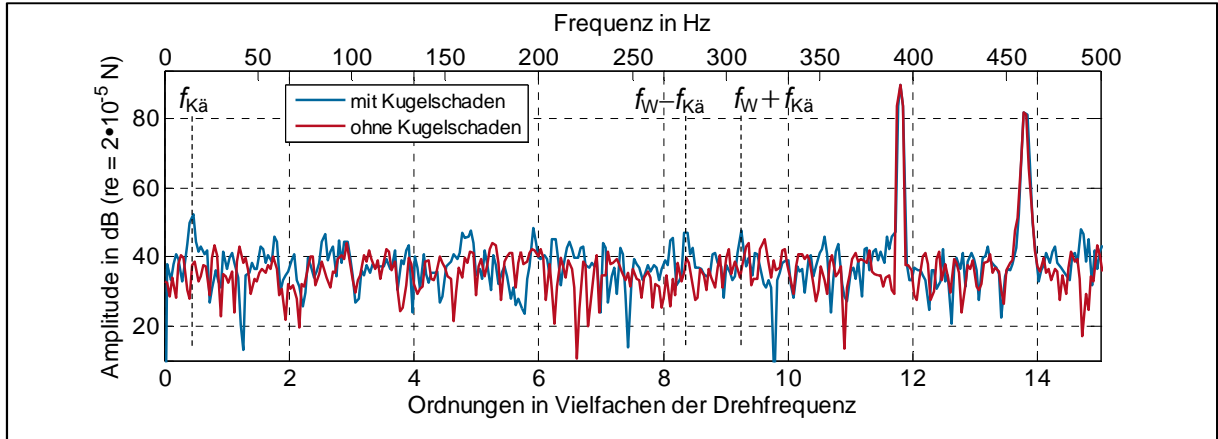


Abbildung 7-26: Spektrum der vertikalen Rückstellkraft mit Kugelschaden

7.4.2 Beschleunigung auf der Topfoberfläche bei Kugelschaden

Im Zeitsignal der Beschleunigung wirkt sich der Kugelschaden ebenfalls impulsartig aus (siehe Abbildung 7-27). Die Impulse nehmen vor allem dann an Häufigkeit und Amplitude zu, wenn die beschädigte Kugel am virtuellen Beschleunigungsaufnehmer vorbeirollt (die Zeitpunkte sind in Abbildung 7-27 blau gestrichelt) und sich dabei im Kontakt mit dem Lageraußenring befindet (also in Bereichen der Beschleunigungsminima). Daraus resultiert ein Impulsmuster, das sich nach einer Zeitspanne wiederholt, die das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) der Periodendauern der Käfigrotation und der halben Ellipsenrotation entspricht. Die Grundfrequenz dieses Musters lässt sich demnach zu

$$f_{K\ddot{a},2n} = 1/\text{kgV}\left(\frac{1}{f_{K\ddot{a}}}, \frac{1}{2f_n}\right) \quad 7-2$$

berechnen. Im Fall der betrachteten Geometrie vollführt der Käfig nach 2,253 Umdrehungen der Eingangswelle eine volle Umdrehung, so dass nach zwei Umdrehungen des Käfigs die Ellipse ca. 4,5 Umdrehungen zurücklegt und die beschädigte Kugel im Bereich des Beschleunigungsaufnehmers belastet wird.

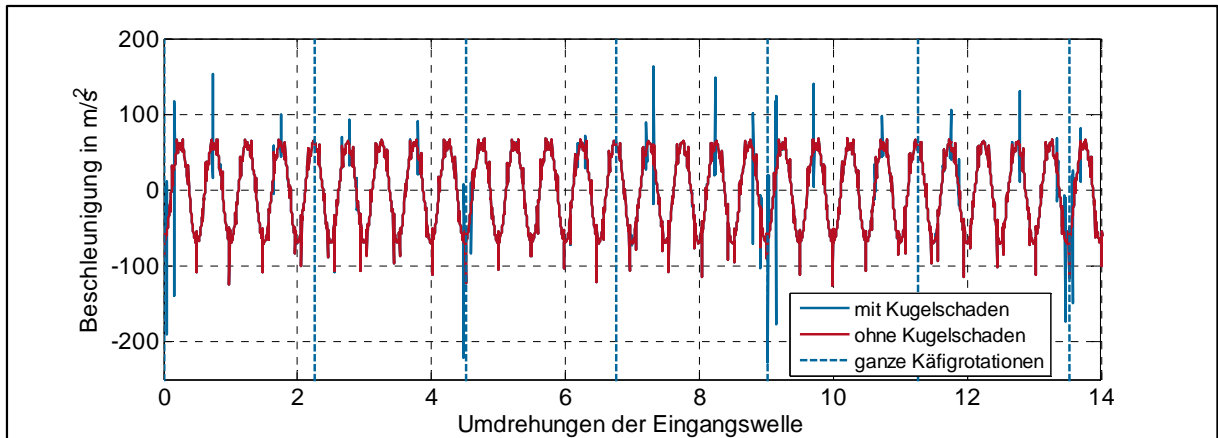


Abbildung 7-27: berechnete Beschleunigungen mit Kugelschaden, ohne Rauigkeiten

In den Beschleunigungsspektren wirkt sich der Schaden in Form von zahlreichen Peaks im gesamten Frequenzbereich aus. Jedoch erreichen diese bei der modellierten Ausprägung der Schadens ($2\text{ }\mu\text{m}$) bei weitem nicht die maximalen Amplituden des Spektrums (siehe Abbildung 7-28). Ähnlich wie schon im Spektrum der Rückstellkraft ist der Peak bei der Kugelkontaktfrequenz zwar erkennbar, aber nur sehr schwach ausgeprägt. Deutlicher treten hingegen Seitenbänder dieser Frequenz hervor, und zwar im Abstand von $1/4,5 = 0,22$ Ordnungen und den Vielfachen dieses Wertes. Dies ist auf die Periodizität der Impulsfolgen alle 4,5 Umdrehungen zurückzuführen.

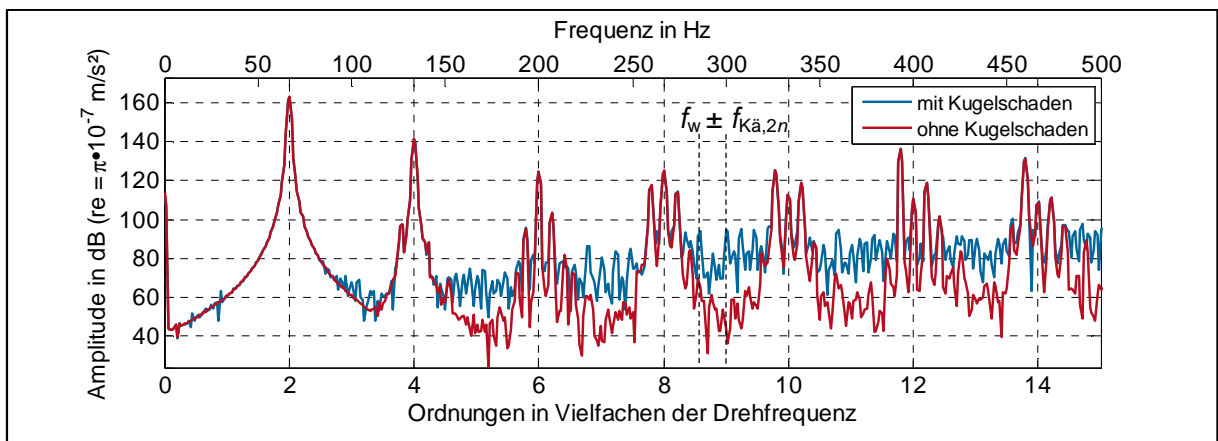


Abbildung 7-28: Beschleunigungsspektren mit Kugelschaden, ohne Rauigkeiten

Bildet man die Rauigkeiten jedoch im Modell ab, heben sich diese Peaks kaum vom Niveau des Rauschens ab (siehe Abbildung 7-29). Der Schaden ist somit verglichen mit den Rauigkeiten der Oberflächen nicht stark genug ausgeprägt, um durch eine Analyse der Beschleunigungsspektren festgestellt werden zu können.

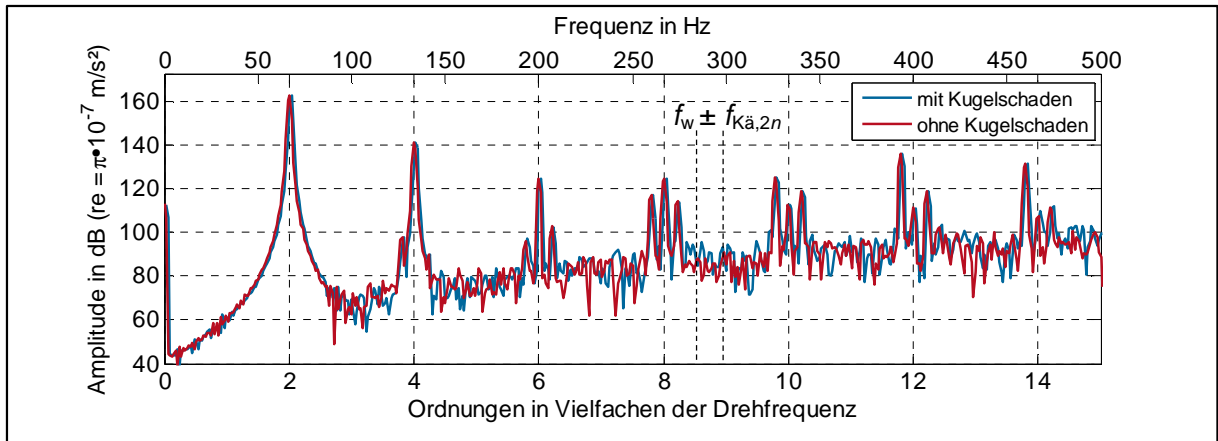


Abbildung 7-29: Beschleunigungsspektren mit Kugelschaden, mit Rauigkeiten

Im berechneten Hüllkurvenspektrum wirkt sich der Schaden hingegen auch bei Simulationen mit Rauigkeiten mit Pegelzunahmen bis zu 20 dB sehr deutlich aus (siehe Abbildung 7-30). Zum einen ist im Gegensatz zu den Beschleunigungsspektren die Amplitude bei f_w stark ausgeprägt und übertrifft auch die Amplituden der bereits erwähnten Seitenbänder. Zum anderen resultieren aus der Modulation der Impulsfolgen tieffrequent erhöhte Amplituden bei $f_{K\ddot{a},2n}$ und ihren Vielfachen.

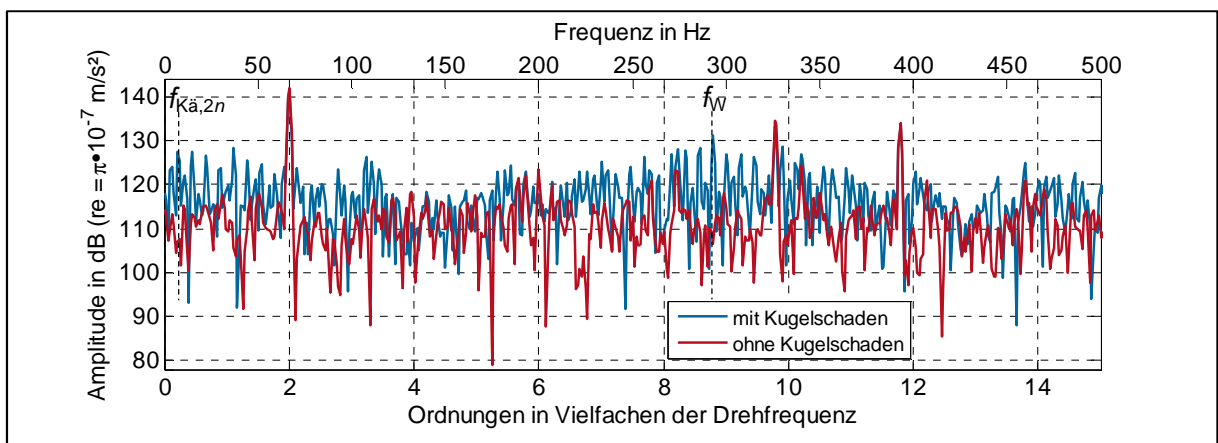


Abbildung 7-30: Hüllkurvenspektrum der Beschleunigung mit Kugelschaden, mit Rauigkeiten

Demnach könnte ein Kugelschaden durch die Auswertung der Amplituden dieser Frequenzen im Hüllkurvenspektrum frühzeitig identifiziert werden, noch bevor er sich auf das Beschleunigungsspektrum auswirkt.

7.4.3 Kontaktkräfte bei Außenringschaden

Wie schon beim Kugelschaden, wirkt sich der Außenringschaden nur dann aus, wenn eine Kugel darüber abrollt, die aufgrund der aktuellen Lage der Ellipse auch belastet wird. Dies

trifft für einen Hub der Ellipse auf 2 bis 3 Kugeln zu, so dass nur wenige direkt auf einander folgende Impulse mit der Impulsfrequenz f_A auftreten, wenn die große Ellipsenachse am Punkt des Schadens vorbeidreht. Dabei äußert sich der Schaden in Kraftimpulsen auf unterschiedliche Kugeln. Befindet sich bei Simulationsbeginn sowohl die erste Kugel als auch die große Ellipsenachse in der Winkellage des Schadens (Impuls auf die erste Kugel), so tritt ca. eine halbe Umdrehung später der Impuls bei der 6. Kugel auf, da diese in diesem Zeitpunkt über dem Schaden abrollt. Bei weiterer Rotation sind die 11. Kugel, die 16. Kugel usw. betroffen (siehe Abbildung 7-31).

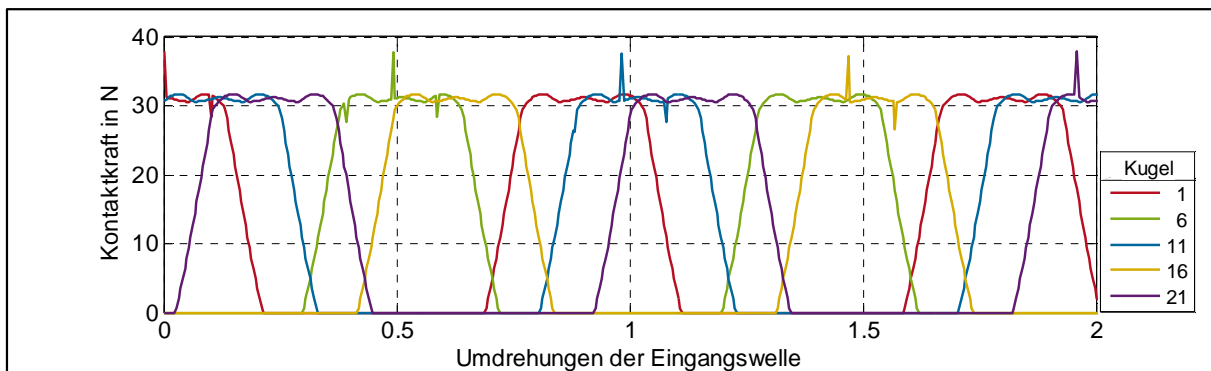


Abbildung 7-31: Kraftverläufe mit Außenringschaden

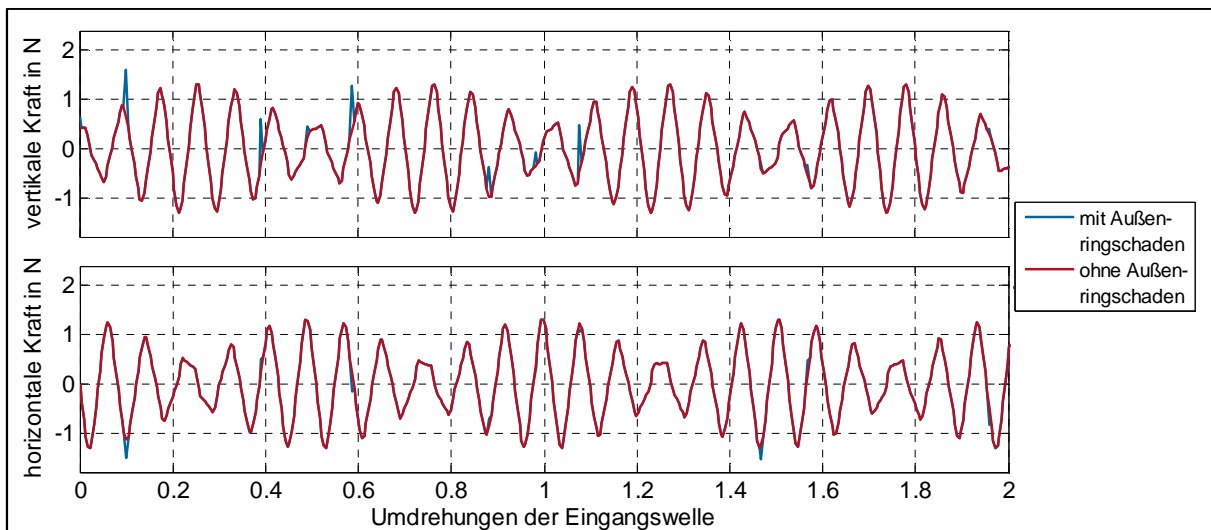


Abbildung 7-32: vertikale und horizontale Rückstellkraft mit Außenringschaden

Für die Rückstellkräfte auf die Welle im ortsfesten Koordinatensystem (die auf das Gehäuse der Wellenlagerung wirken) spielt der Ort des Schadens auf dem Außenring eine wichtige Rolle. Befindet sich die Unebenheit z. B. im höchsten Punkt des Lageraußenringes (bei der Winkellage 0°), wirkt der Kraftimpuls vertikal und zeigt sich vor allem in der vertikalen

Rückstellkraft, während er einen sehr geringen Einfluss auf die horizontale Kraftkomponente hat (siehe Abbildung 7-32). Daher unterscheidet sich das Spektrum der horizontalen Rückstellkraft nur geringfügig vom Spektrum ohne Schaden (siehe Abbildung 7-33). Das Spektrum der vertikalen Kraftkomponente weist hingegen erhöhte Amplituden bei mehreren Frequenzen auf. In erster Linie ist hier die Überrollfrequenz des Außenringes f_A zu nennen, aber auch die im vorherigen Abschnitt beschriebene Frequenz $f_{K\ddot{a},2n}$, die doppelte Drehfrequenz sowie Seitenbänder von f_A mit dem Abstand dieser zwei Frequenzen.

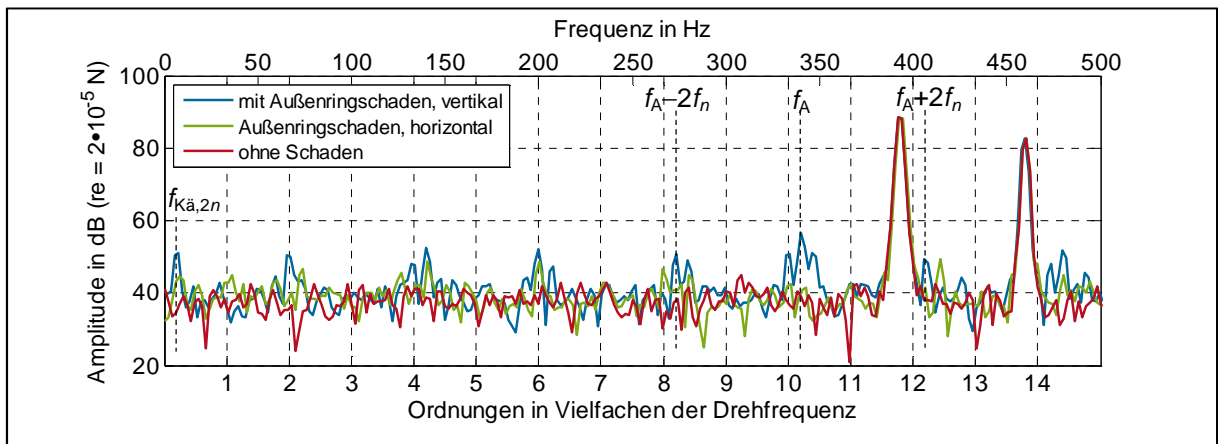


Abbildung 7-33: Spektrum der Rückstellkraft mit Außenringsschaden

7.4.4 Beschleunigung auf der Topfoberfläche bei Außenringsschaden

Bei den bisherigen Simulationen konnte beobachtet werden, dass sich die Kraftimpulse vor allem dann auf das berechnete Beschleunigungssignal auswirken, wenn sie sich in der Nähe des virtuellen Beschleunigungsaufnehmers ereignen. In den Simulationen wird deswegen die Winkellage des Schadens gegenüber dem Beschleunigungsaufnehmer variiert (siehe Abbildung 7-34). Am deutlichsten zeigt sich der Schaden, wie zu erwarten war, wenn er sich direkt unter dem Aufnehmer befindet (blaue Linie). In diesem Fall weist das Zeitsignal deutliche Impulsfolgen (mit jeweils zwei bis drei Impulsen) mit der Überrollfrequenz des Außenringes f_A auf, welche die übrigen Impulse im Signal bei weitem überschreiten. Nimmt die Entfernung zwischen Schaden und Aufnehmer zu, werden zum einen die Maximalwerte der Impulse kleiner. Zum anderen nimmt die Anzahl der Impulse in einer Impulsfolge ab, so dass z. B. bei einem Winkel von 80° zwischen Aufnehmer und Schaden (ca. der Winkelbereich von sechs Kugeln) nur noch ein Impuls pro Hub der Ellipse auftritt (grüne Linie). Befindet sich der Schaden mit 170° Versatz gegenüber dem Aufnehmer (ca. Winkelbereich von zwölf Kugeln) auf der gegenüberliegenden Seite des Ringes (gelbe Linie), sind nur noch selten Impulse zu erkennen, die zudem sehr schwach ausgeprägt sind. Werden bei der Simulation stochastische

Erregungen aufgrund der Oberflächenrauigkeiten berücksichtigt, kann der Schaden im Zeitsignal nicht mehr erkannt werden.

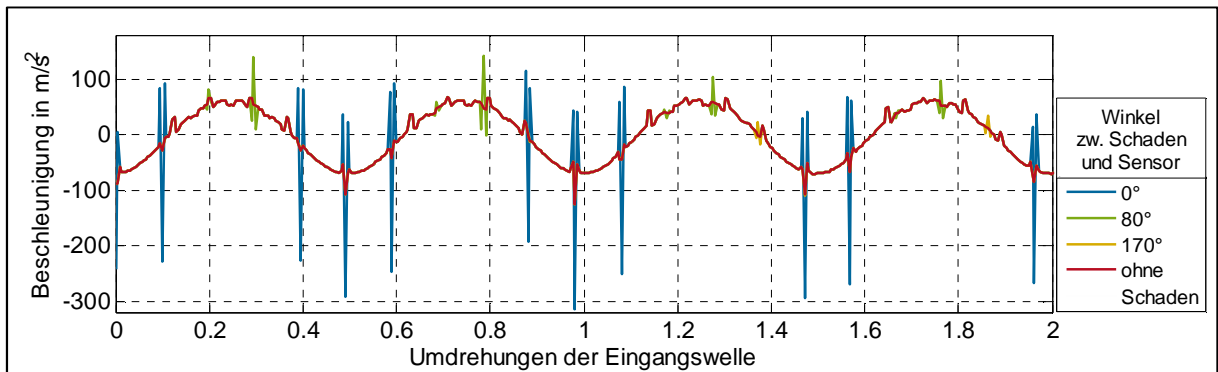


Abbildung 7-34: berechnete Beschleunigungen mit Außenringschaden, ohne Rauigkeiten

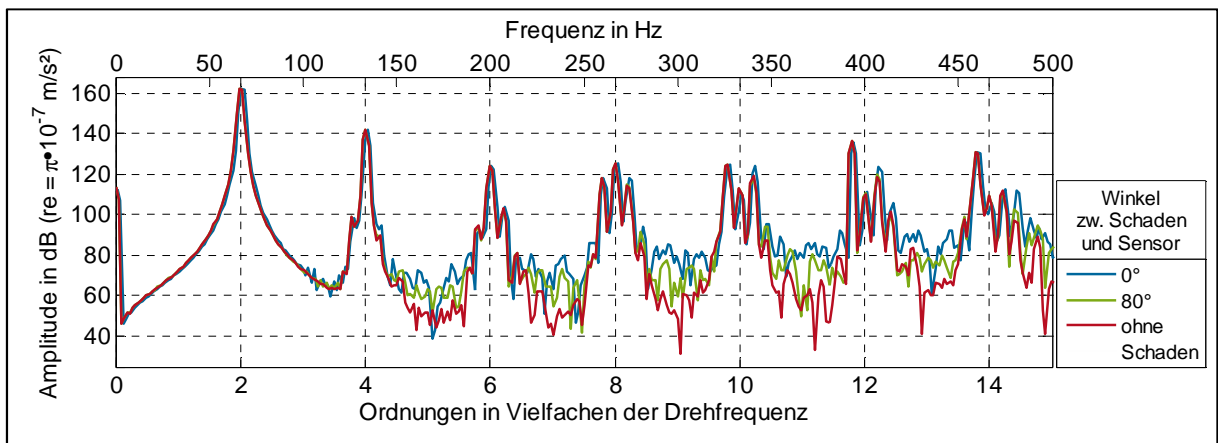


Abbildung 7-35: Beschleunigungsspektren mit Außenringschaden, ohne Rauigkeiten

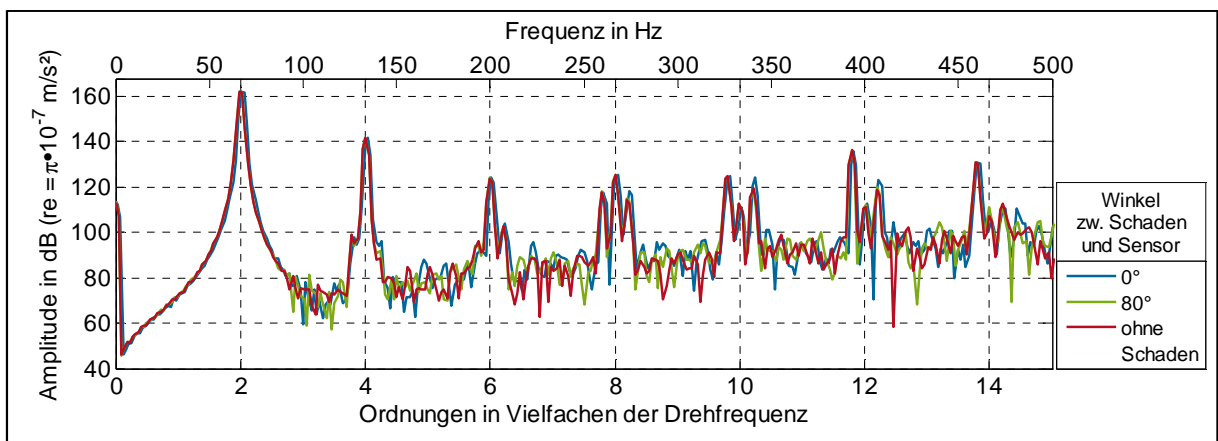


Abbildung 7-36: Beschleunigungsspektren mit Außenringschaden, mit Rauigkeiten

Im Spektrum der Beschleunigung wirkt sich der Außenringschaden wie eine zusätzliche Rauscherregung aus, ohne dass konkrete Frequenzbänder besonders hervortreten (siehe

Abbildung 7-35). Dadurch lässt er sich, wie schon der Kugelschaden, bei rauen Oberflächen im Spektrum nicht identifizieren, und zwar unabhängig von seiner Winkellage (siehe Abbildung 7-36). Im Hüllkurvenspektrum hingegen zeigt sich der Außenringschaden vor allem durch erhöhte Pegel bei f_A und den Seitenbändern im Abstand von $2f_n$ (durch die Modulation infolge des Ellipsenhubes). Dies ist jedoch nur der Fall, solange sich der Schaden in der Nähe des Beschleunigungsaufnehmers befindet. Bereits bei einem Winkelabstand von 45° lässt er sich bei der betrachteten Ausprägung auch im Hüllkurvenspektrum nur undeutlich erkennen (siehe Abbildung 7-37).

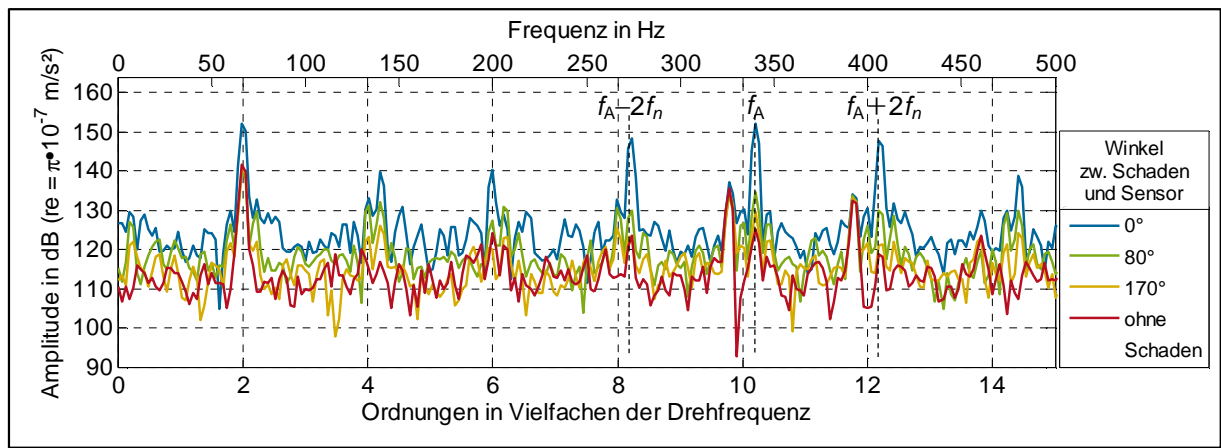


Abbildung 7-37: Hüllkurvenspektrum mit Außenringschaden, mit Rauigkeiten

Die Identifikation eines schwach ausgeprägten Außenringschadens mittels Schwingungsdiagnose ist somit sowohl im Hinblick auf Messsignale am Gehäuse als auch am Lageraußenring sehr abhängig von der Messposition. Für eine möglichst frühe Erkennung eines Außenring-schadens sowie für die Beurteilung der Schadenausprägung anhand der Messsignale ist deswegen die Erfassung der radialen Schwingungen an mehreren über dem Umfang verteilten Punkten ratsam, auch wenn dies mit einem höheren Aufwand verbunden ist.

7.4.5 Kontaktkräfte bei Innenringschaden

Während der Außenringschaden eine bestimmte Lage im ortsfesten Koordinatensystem aufweist, zeichnet sich der Innenringschaden durch seine konstante Winkellage gegenüber der Ellipse aus. Daher werden die Auswirkungen des Innenringschadens für verschiedene solche Winkellagen berechnet, wobei z. B. 0° einen Schaden bei der großen Ellipsenachse darstellt. Da die Belastungen der Kugeln ebenfalls von ihrer Lage zur Ellipsenachse bestimmt werden, erfahren alle Kugeln denselben (zeitlich versetzten) Verlauf der Kontaktkraft, der jedoch je nach Winkellage des Schadens variiert (siehe Abbildung 7-38). Solange der Schaden in einem

Winkelbereich auftritt, in dem sich die Kugeln im Eingriff befinden, führt er zu Impulsen in den Kraftverläufen. Auf die Rückstellkräfte wirken sich diese umso deutlicher aus, je weiter der Schaden von der großen Ellipsenachse entfernt ist (siehe Abbildung 7-39). Dies lässt sich dadurch erklären, dass die Kraftimpulse bei diesen Schadenspositionen die Anteile der Rückstellkraft quer zur Ellipsenachse beeinflussen und diese maßgeblich zu den Rückstellkräften beitragen (vgl. Abbildung 7-2). Tritt der Schaden jedoch außerhalb des Kontaktbereiches auf, was bei den betrachteten Lagern auf etwa die Hälfte der möglichen Winkellagen zutrifft, wirkt er sich nicht auf die Kraftverläufe und somit auch nicht auf die Rückstellkräfte oder Beschleunigungen aus.

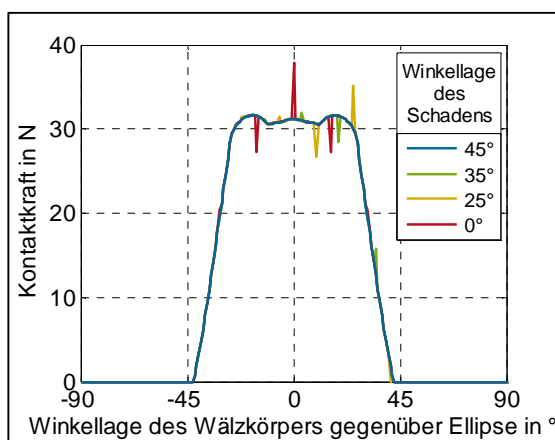


Abbildung 7-38: Kraftverläufe mit Innenringschaden

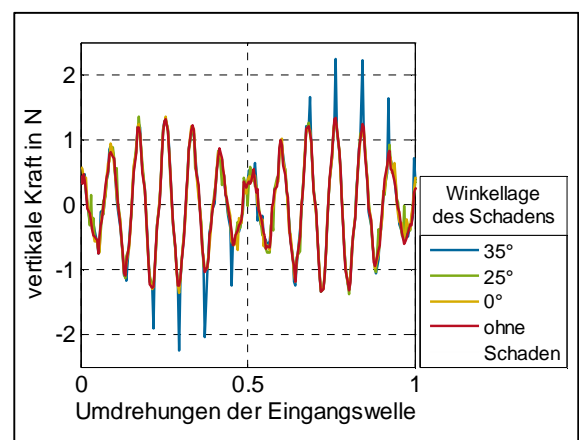


Abbildung 7-39: vertikale Rückstellkraft mit Innenringschaden

Im Spektrum der Rückstellkraft zeigen sich die Schäden lediglich in Form zusätzlicher Erregungen bei der Drehfrequenz sowie zwei höheren Frequenzen, während die größten Amplituden der beiden Seitenbänder von f_1 gleichbleiben. Die höheren Frequenzen sind dabei die Seitenbänder von $2f_1$ mit dem Abstand der Drehfrequenz.

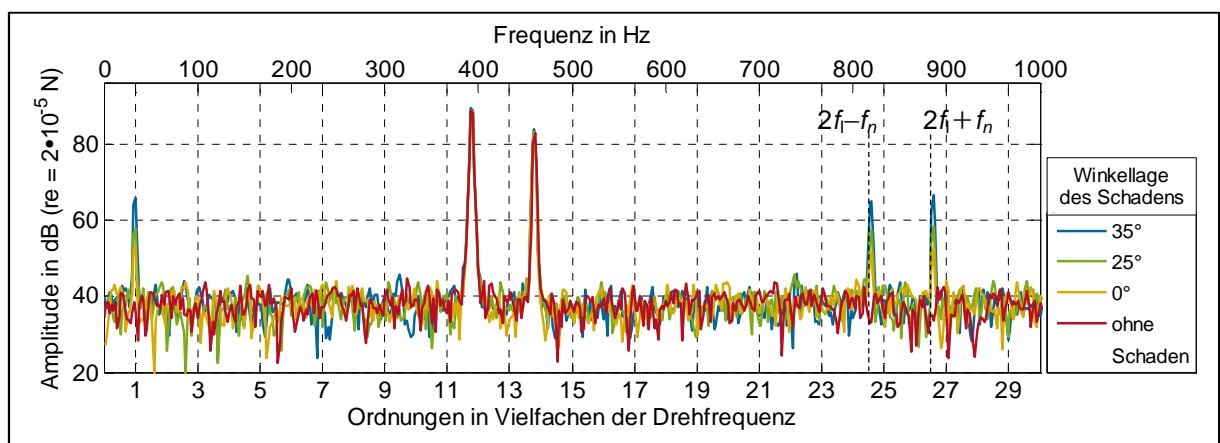


Abbildung 7-40: Spektrum der Rückstellkraft mit Innenringschaden

Im Hüllkurvenspektrum der Rückstellkraft hingegen wirken sich die Schäden sehr deutlich im Bereich von f_1 aus. Im Gegensatz zum Signal des unbeschädigten Lagers sind sowohl erhöhte Amplituden bei f_1 selbst als auch bei Seitenbändern im Abstand der doppelten Drehfrequenz und deren Vielfachen erkennbar.

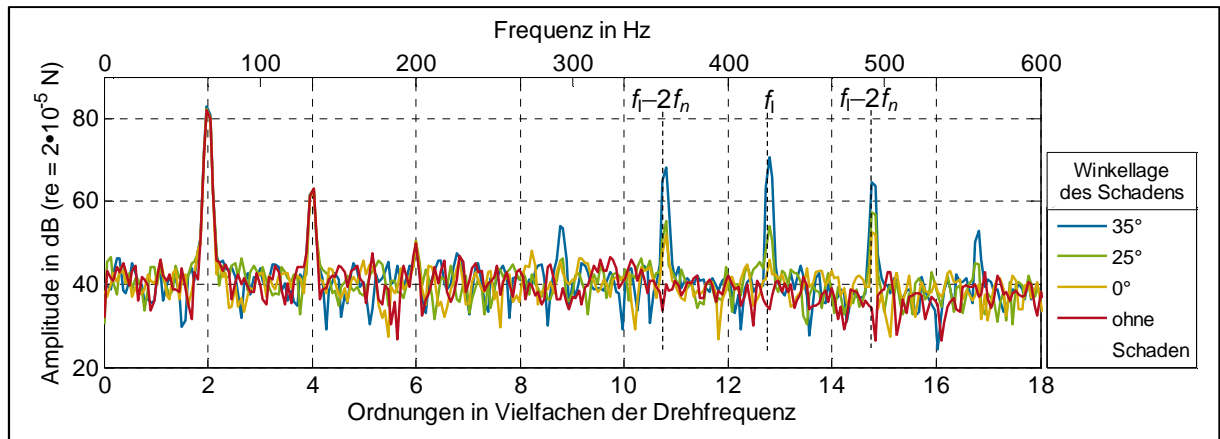


Abbildung 7-41: Hüllkurvenspektrum der Rückstellkraft mit Innenringschaden

7.4.6 Beschleunigung auf der Topfoberfläche bei Innenringschaden

Im Beschleunigungssignal zeigen sich klare Impulse, wie schon bei den Rückstellkräften am deutlichsten beim Schaden, der 35° zur großen Ellipsenachse versetzt ist (siehe Abbildung 7-42), obwohl die Kontaktkräfte in diesem Winkelbereich der Ellipse vergleichsweise gering sind (vgl. Abbildung 7-38).

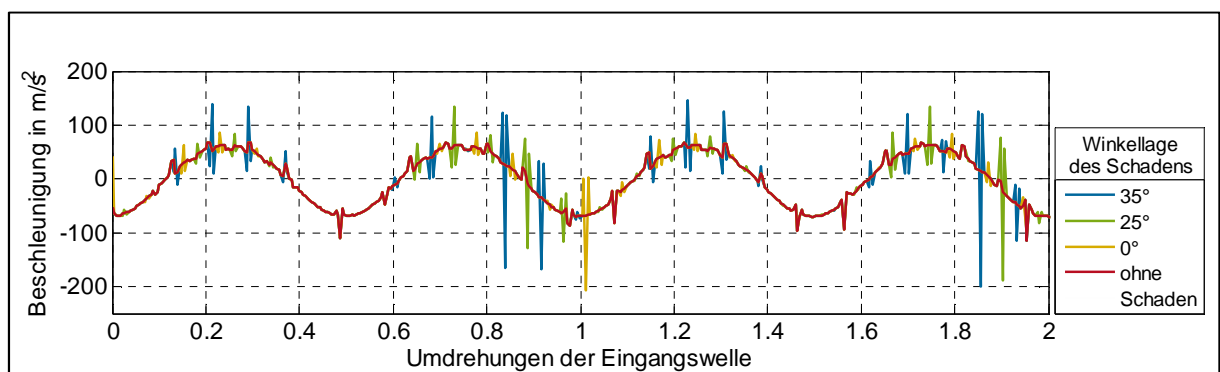


Abbildung 7-42: berechnete Beschleunigungen mit Außenringschaden, ohne Rauigkeiten

Es wird vermutet, dass dies an der Nähe des Schadens zum kontaktfreien Bereich der Ellipse liegt, in dem Bewegungen des Lageraußenrings durch keine weiteren Kontakte eingeschränkt sind und der Schaden sich stärker auf die Lagerringverformung auswirken kann. Darauf weist auch die Tatsache hin, dass die Impulse zwar am stärksten ausgeprägt, jedoch nicht nur dann

auftreten, wenn die beschädigte Stelle des Innenringes am virtuellen Aufnehmer vorbeidreht. Auch in allen Bereichen, in denen sich der Aufnehmer über der kleinen Ellipsenachse und somit nicht im Kontaktbereich der Kugeln befindet, sind Impulse mit der Frequenz f_1 erkennbar. Die Signale sind dadurch nicht nur mit der Drehzahl (Schaden dreht am Aufnehmer vorbei), sondern auch mit der doppelten Drehzahl (kleine Ellipsenachse dreht am Aufnehmer vorbei) moduliert. Anders als beim Außenringsschaden bewirkt der Innenringsschaden in den Beschleunigungsspektren zusätzliche Erregungen bei einzelnen Frequenzen. Diese sind, wie schon bei der Rückstellkraft, als Folge der Modulation die Seitenbänder von f_1 mit dem Abstand der doppelten Drehfrequenz und deren Vielfachen.

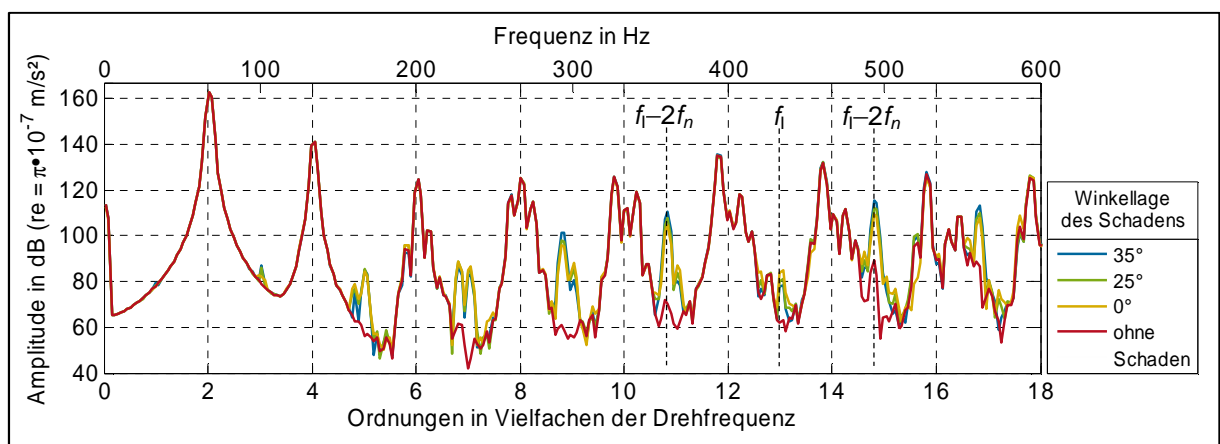


Abbildung 7-43: Beschleunigungsspektren mit Innenringsschaden, ohne Rauigkeiten

Die ersten beiden Seitenbänder sind auch bei Berücksichtigung rauer Oberflächen in den Beschleunigungsspektren noch erkennbar (siehe Abbildung 7-44).

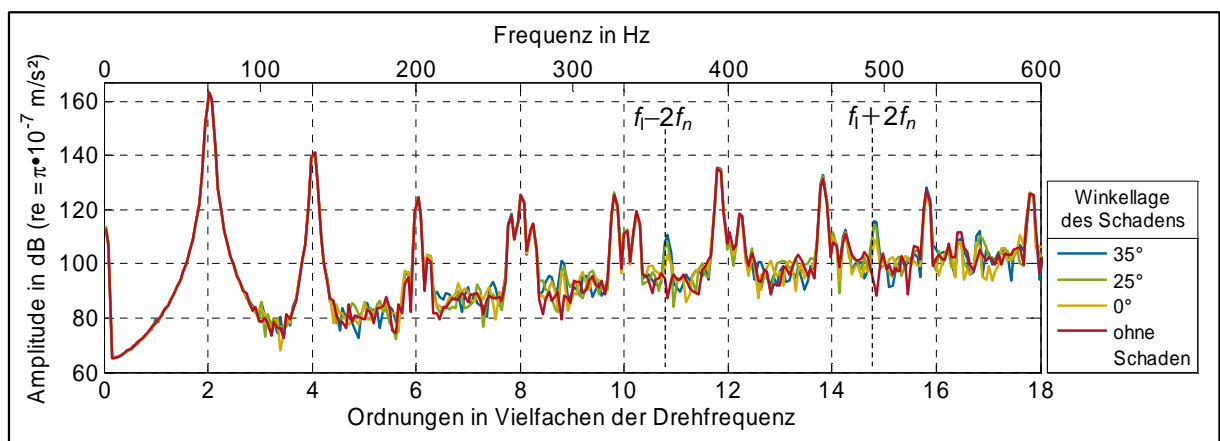


Abbildung 7-44: Beschleunigungsspektren mit Innenringsschaden, mit Rauigkeiten

Wie auch bei den vorherigen Lagerschäden wirken sich die Innenringschäden auf die Hüllkurvenspektren stärker aus (siehe Abbildung 7-45). Diese weisen zum einen Peaks bei der Drehfrequenz und ihren Vielfachen auf, zum anderen auch bei f_1 selbst und allen Seitenbändern im Abstand der Drehfrequenz und ihren Vielfachen.

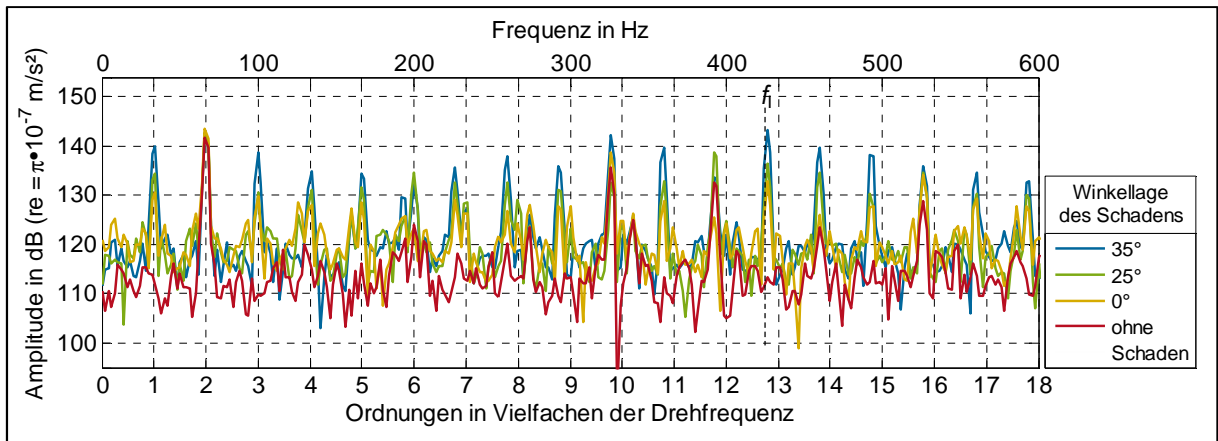


Abbildung 7-45: Hüllkurvenspektren der Beschleunigung mit Innenringschaden, mit Rauigkeiten

Ein Innenringschaden kann somit prinzipiell sowohl über die Auswertung von Signalen auf der Gehäuseoberfläche als auch auf dem Lagertopf frühzeitig erkannt werden, solange sich der Schaden an einer Stelle des Innenrings befindet, die aufgrund ihrer Winkellage zur Ellipse belastet wird. Ist dies nicht der Fall, hat der Schaden keine Auswirkungen auf das Schwingungsverhalten der Lager. Er führt dann weder zu einer erhöhten Abstrahlung noch lässt er sich im Rahmen der Schwingungsdiagnose identifizieren.

7.5 Zusammenfassung der numerischen Untersuchungen

Mit Hilfe der numerischen Simulationen konnte identifiziert werden, wann Kräfte auf die Kugeln während der Rotation der Lager wirken, wie hoch diese Kräfte sind und welche Verformungen des Lageraußenringes sie verursachen. Bereits ohne Formabweichungen innerhalb der Lager werden dabei sowohl die Lagerung der Welle als auch der Lageraußenring in diskreten Frequenzen erregt. Als wesentliche Ursachen für diese Anregungen wurden der Hub der Ellipse, Steifigkeitsschwankungen infolge der variierenden Kugelpositionen sowie entstehende und sich lösende Kontakte zwischen den Wälzkörpern und den Lagerringen festgestellt. Weiterhin konnte der Einfluss rauer Oberflächen auf die Kraftverläufe und Beschleunigungen quantifiziert werden. In ausführlichen Parameterstudien wurde daraufhin untersucht, wie sich zum einen Variationen des Lagerspiels und einer umlaufenden Exzentrizität sowie zum anderen punktförmige Unebenheiten auf den Kugeln oder Lagerringen auswir-

ken. Dabei wurde ein minimales Lagerspiel hinsichtlich eines harmonischen Belastungsverlaufs der Kugeln sowie einer geringen Schwingungserregung des Lageraußenrings für vorteilhaft befunden. Auch wurden die Zeitsignale, Amplitudenspektren und Hüllkurvenspektren ausgewertet und Frequenzbänder aufgezeigt, anhand derer die jeweiligen Formabweichungen trotz der Rauscherregung durch raue Oberflächen identifiziert werden können. Im Falle der beschädigten Lagerringe spielt die Winkellage der Schäden für ihre Erkennung eine wichtige Rolle. In Anlehnung an Tabelle 3-1 sind die deutlichsten Auswirkungen der untersuchten Parametervariationen auf die Amplituden- und Hüllkurvenspektren für die Rückstellkräfte und Beschleunigungen in Tabelle 7-2 bzw. Tabelle 7-3 zusammengefasst. Dabei werden zunächst die Erregungsfrequenzen mit idealer Geometrie dargelegt und im Weiteren diejenigen Frequenzen aufgeführt, deren Amplitudenerhöhungen gegenüber der idealen Geometrie infolge der jeweiligen Formabweichungen trotz rauer Oberflächen festgestellt werden konnten.

Tabelle 7-2: berechnete Auswirkungen von Formabweichungen auf Wellenrückstellkräfte

	Frequenzen erhöhter Amplituden im Amplitudenspektrum	Frequenzen erhöhter Amplituden im Hüllkurvenspektrum
ideale Geometrie	$f_1 - f_n, f_1 + f_n$	$i \cdot 2f_n$ $f_1 - f_n, f_1 + f_n$
erhöhtes Lagerspiel	$f_1 - f_n, f_1 + f_n$	$i \cdot 2f_n$
umlaufende Exzentrizität (Ausrichtfehler und verbogene Welle)	f_n	f_n $f_1 - f_n, f_1 + f_n$ Verringerung bei $i \cdot 2f_n$
Kugelschaden	$f_{K\ddot{a}}$ $f_W - f_{K\ddot{a}}, f_{WA} + f_{K\ddot{a}}$	—
Außenringschaden	je nach Winkellage des Schadens zur Messrichtung: $f_{K\ddot{a},2n}$ f_A $f_A \pm 2f_n$ $f_A \pm f_{K\ddot{a},2n}$	je nach Winkellage des Schadens zur Messrichtung: $f_{K\ddot{a},2n}$ f_A
Innenringschaden	falls Winkellage des Schadens im Kontaktbereich der Ellipse: f_n $2f_1 \pm f_n$	falls Winkellage des Schadens im Kontaktbereich der Ellipse: f_1 $f_1 \pm 2f_n$

Tabelle 7-3: berechneten Auswirkungen von Formabweichungen auf Beschleunigungen des Außenrings

	Frequenzen erhöhter Amplituden im Amplitudenspektrum	Frequenzen erhöhter Amplituden im Hüllkurvenspektrum
ideale Geometrie	$i \cdot 2f_n$ $f_1 - f_n - i \cdot 2f_n$, $f_1 + f_n + i \cdot 2f_n$ $f_A \pm i \cdot 2f_n$	$i \cdot 2f_n$ f_1, f_A $f_1 - f_n - i \cdot 2f_n$, $f_1 + f_n + i \cdot 2f_n$ $f_A \pm i \cdot 2f_n$
erhöhtes Lagerspiel	$f_1 \pm f_n$ $i \cdot 4f_n$	$f_1 \pm f_n$ $i \cdot 2f_n$
umlaufende Exzentrizität (Ausrichtfehler und verbogene Welle)	$(1 + 2i) \cdot f_n$	f_n f_1 $f_1 \pm 2f_n$
Kugelschaden	bei fortgeschrittener Schädigung: f_W $f_W \pm f_{K\ddot{a},2n}$	$f_{K\ddot{a},2n}, f_{K\ddot{a}}$ f_W $f_W \pm i f_{K\ddot{a},2n}$
Außenringschaden	—	je Winkellage des Schadens zur Messposition: f_A $f_A \pm 2f_n$
Innenringschaden	falls Winkellage des Schadens im Kontaktbereich der Ellipse: $f_1 \pm i \cdot 2f_n$ bei fortgeschrittener Schädigung: f_1	falls Winkellage des Schadens im Kontaktbereich der Ellipse: f_1 $f_1 \pm i \cdot f_n$ f_n

Die Schwingungsanregung in elliptisch verformten Lagern unterscheidet sich den Simulationen zufolge grundlegend von der in konventionellen Lagern, was z. B. durch die abweichende Form der Lastverteilung oder durch die erregten Frequenzen ohne Formabweichungen verdeutlicht wird. Auch zahlreiche Frequenzen erhöhter Amplituden bei eingebrachten Lagerschäden weichen von zu erwarteten Frequenzen konventioneller Lager ab, so z. B. Seitenbänder einzelner Frequenzen im Abstand der doppelten Drehfrequenz. Allerdings treten auch ähnliche Auswirkungen einzelner Formänderungen wie in unverformten Lagern auf. So äußern sich Schädigungen von Lagerringen oder Kugeln stets in erhöhten Amplituden der jeweiligen Kontaktfrequenzen im Hüllkurvenspektrum.

Die Simulationsergebnisse zeigen, durch welche Auswertungen einzelne Lagerschäden auch im elliptisch verformten Zustand erkannt werden können. Sie liefern somit eine Grundlage zur Implementierung der Schwingungsdiagnose an Maschinen und an Prüfständen, in denen die Lager wie im tatsächlichen Betriebszustand montiert sind.

8 Experimentelle Untersuchungen von Lagerschäden

Im vorherigen Kapitel wurde numerisch untersucht, wie sich Lagerschäden im verformten Zustand in Amplituden- und Hüllkurvenspektren auswirken. Im Folgenden sollen diese Ergebnisse anhand gezielt eingebrachter Schäden auf Lagerlaufbahnen und Kugeln experimentell überprüft werden. Zusätzlich zur Aufspannung auf der elliptischen Scheibe erfolgen Montagen im unverformten Zustand sowie in einem vollständigen Spannungswellengetriebe. Dies soll zum einen Aufschluss darüber geben, ob sich die Schäden im elliptischen Zustand ähnlich stark auswirken wie im unverformten. Zum anderen soll untersucht werden, ob sie auch im Getriebebetrieb noch diagnostiziert werden können, in dem sich die Messposition nicht direkt über dem Lageraußenring befindet und der Zahneingriff als zusätzliche Störanregung wirkt. Da die exakten Zusammenhänge zwischen den geometrischen Ausdehnungen von Lagerschäden und den Werten von Amplitudenerhöhungen im Frequenzbereich sehr vom konkreten Anwendungsfall abhängen, stehen sie nicht im Fokus der Untersuchungen. Die Messungen sollen vielmehr die Größenordnung möglicher Amplitudenerhöhungen für die verschiedenen Montagezustände und Schadensarten aufzeigen. Auch ist von Interesse, ob sich die im letzten Kapitel ermittelten Frequenzen in den Messsignalen nachweisen und für eine automatisierte Erkennung der einzelnen Schäden nutzen lassen.

8.1 Eingebrachte Schäden und Messablauf

Zunächst werden für die Montagezustände ohne Verformung und im Getriebe Messungen ohne Schäden durchgeführt. Wie bei der in 6.2.1 beschriebenen Messreihe werden dabei sechs Lager in jedem Montagezustand jeweils dreimal auf dem Prüfstand vermessen. Für jeden Schadenstyp (Kugel-, Außen- und Innenbahnschaden) werden anschließend jeweils drei neuwertige Lager durch die Einbringung von Unebenheiten beschädigt. Dies geschieht durch das Setzen von Markierungen auf den jeweiligen Oberflächen mit einem Lichtbogengraviergerät, wodurch die Oberflächen punktförmig deformiert werden (siehe Abbildung 8-1 und Abbildung 8-2). Jedes Lager wird anschließend jeweils dreimal im unverformten Zustand, mit elliptischer Verformung (gemäß der Simulationen) sowie in einem vollständigen Spannungswellengetriebe montiert (also mit innenverzahntem Hohlrad). Die Lager mit Außenringschäden werden dabei so positioniert, dass sich die Unebenheiten in der Winkellage des Beschleunigungssensors befinden, wohingegen die Innenringschäden in der Winkellage der großen Ellipsenachse montiert werden. Die Messungen werden bei einer Drehzahl von 2000 U/min und mit einer Messdauer von drei Sekunden durchgeführt, wobei radiale Beschleunigungen erfasst werden.

Insgesamt werden somit 15 Lager verwendet (sechs unbeschädigte und neun beschädigte), wobei jedes Lager jeweils dreimal im runden und elliptischen Montagezustand sowie im Getriebe vermessen wird. Dadurch liegen für jede Schadensart 27 Messungen vor (in jedem Montagezustand neun), um streuende Einflüsse infolge der Art der Fehlereinbringung und der Montage einschätzen zu können. Im elliptischen und runden Montagezustand ohne Hohlrad befindet sich der Beschleunigungsaufnehmer gemäß Abbildung 5-4 auf dem Topf, so dass die Messdaten mit denen von Wälzlagerprüfständen vergleichbar sind. Bei Montage aller Getriebeteile werden gemäß Abbildung 5-3 die Beschleunigungssignale des Adapterrings aufgezeichnet, der das Hohlrad positioniert. Dieses Bauteil wird selbst nicht verformt und ist mit dem Lager hauptsächlich über das Hohlrad verbunden, das sich wiederum nur durch den Zahneingriff in Kontakt mit dem Topf befindet. Die Lagerschwingungen werden dadurch zum einen über mehrere Bauteile nur indirekt übertragen und zum anderen von den Anregungen aus dem Zahneingriff überlagert, was die Identifizierbarkeit der Lagerschäden erschwert. Durch diesen Aufbau soll die Diagnose der verformten Lager im Betrieb untersucht werden.



Abbildung 8-1: Schaden auf Kugel

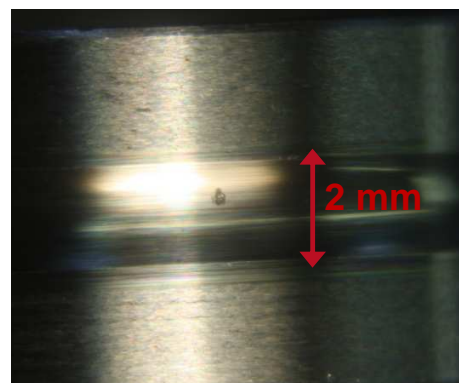


Abbildung 8-2: Schaden auf Innenring

Die Analyse der Messdaten erfolgt wie im vorherigen Kapitel über die Betrachtung der Amplituden- und Hüllkurvenspektren. Im Hinblick auf die automatisierte Erkennung der unterschiedlichen Schäden wurde ein Auswerteprogramm geschrieben, das die Amplituden der Spektren bei den interessierenden Frequenzen selbständig ausliest, mit Daten unbeschädigter Lager vergleicht und beurteilt, ob ein und gegebenenfalls welcher Schaden vorliegt.

8.2 Auswirkungen der Schäden bei elliptischer Verformung

In diesem Abschnitt werden Messdaten der beschädigten Lager im elliptischen Zustand ohne Zahneingriff analysiert. Dabei werden zunächst beispielhaft einzelne Spektren der gemessenen Signale bei verschiedenen Schäden betrachtet. Anschließend werden die Ergebnisse der automatisierten Auswertung erläutert.

8.2.1 Beispielspektren einzelner Schäden

In Abbildung 8-3 ist das Amplitudenspektrum einer Messung mit Kugelschaden dem mittleren Spektrum ohne Schaden gegenübergestellt. Die in den Simulationen ermittelten Anregungsfrequenzen (Vielfache von $f_{K\bar{a}}/2$ sowie $f_W \pm f_{K\bar{a}}/2$) sind in den Messungen erkennbar. Auch zeigt sich der Kugelschaden wie in den Simulationen im Bereich der Kugelkontaktfrequenz im Hüllkurvenspektrum deutlicher als im Amplitudenspektrum (siehe Abbildung 8-4). So erhöht sich die Amplitude bei f_W im Hüllkurvenspektrum beispielsweise um ca. 40 dB, während sie im Amplitudenspektrum nur um 20 dB steigt.

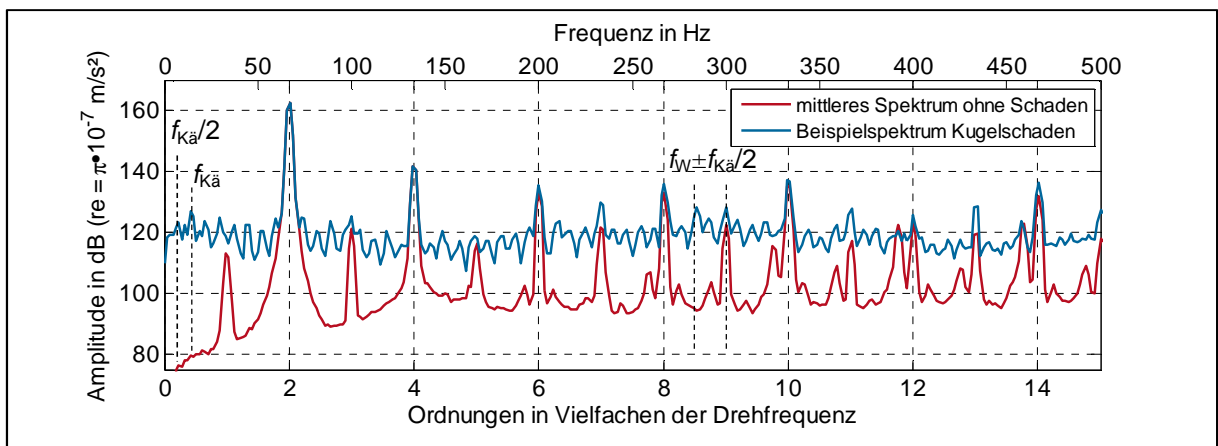


Abbildung 8-3: Amplitudenspektrum der Beschleunigung mit Kugelschaden

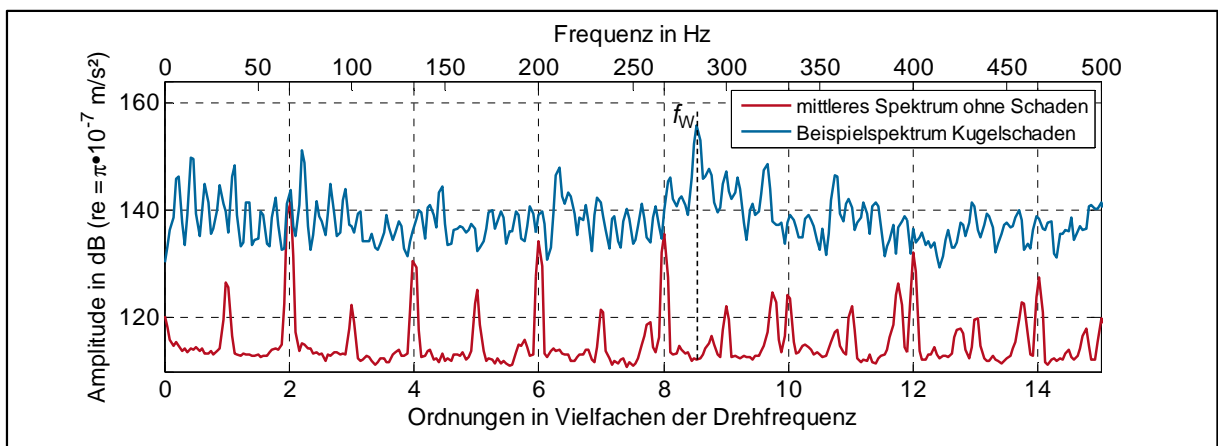


Abbildung 8-4: Hüllkurvenspektrum der Beschleunigung mit Kugelschaden

Bei der Betrachtung der Spektren der gemessenen Signale fällt zudem auf, dass die Amplituden deutlich höher liegen als in den berechneten Spektren beschädigter Lager (vgl. Abbildung 7-29). Dies lässt sich dadurch erklären, dass die eingebrachten Unebenheiten stärker

ausgeprägt sind als in den Simulationen, wo sie mit einer radialen Ausdehnung von lediglich $2\text{ }\mu\text{m}$ modelliert wurden.

Die eingebrachten Außenringschäden wirken sich in Form einzelner erhöhter Werte weniger stark auf die gemessenen Amplitudenspektren aus als die Kugelschäden (siehe Abbildung 8-5). In den Messungen sind die Auswirkungen jedoch auch hier größer als in den Simulationen, die im Amplitudenspektrum keine erhöhten Werte gezeigt hatten (vgl. Abbildung 7-36). Die Frequenzen der erhöhten Amplituden in den Messungen stimmen wiederum sehr genau mit denen überein, die in den Berechnungen des Modells identifiziert wurden. Dies wird vor allem in den gemessenen Hüllkurvenspektren deutlich (siehe Abbildung 8-6), die wie in den Simulationen die höchsten Amplituden bei f_A und Seitenbändern im Abstand von $2f_n$ aufweisen (vgl. Abbildung 7-37) und die Schäden mit Pegelerhöhungen bis zu 40 dB deutlicher abbilden als die Amplitudenspektren.

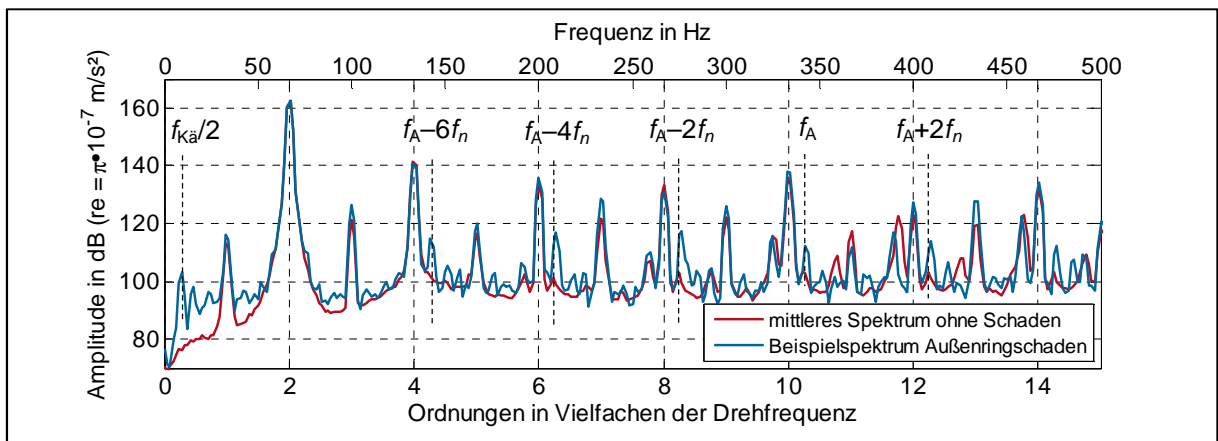


Abbildung 8-5: Amplitudenspektrum der Beschleunigung mit Außenringschaden

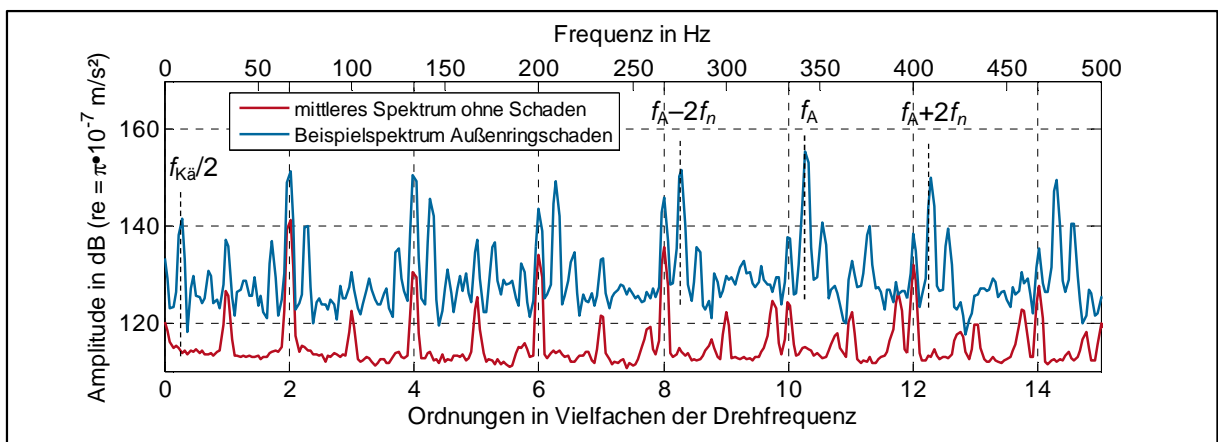


Abbildung 8-6: Hüllkurvenspektrum der Beschleunigung mit Außenringschaden

Die Innenringschäden äußern sich im Amplitudenspektrum vor allem in erhöhten Amplituden bei f_1 und Seitenbändern im Abstand von $2f_n$, wobei auch Amplitudenerhöhungen bei den Seitenbändern im Abstand von f_n zu beobachten sind (siehe Abbildung 8-7).

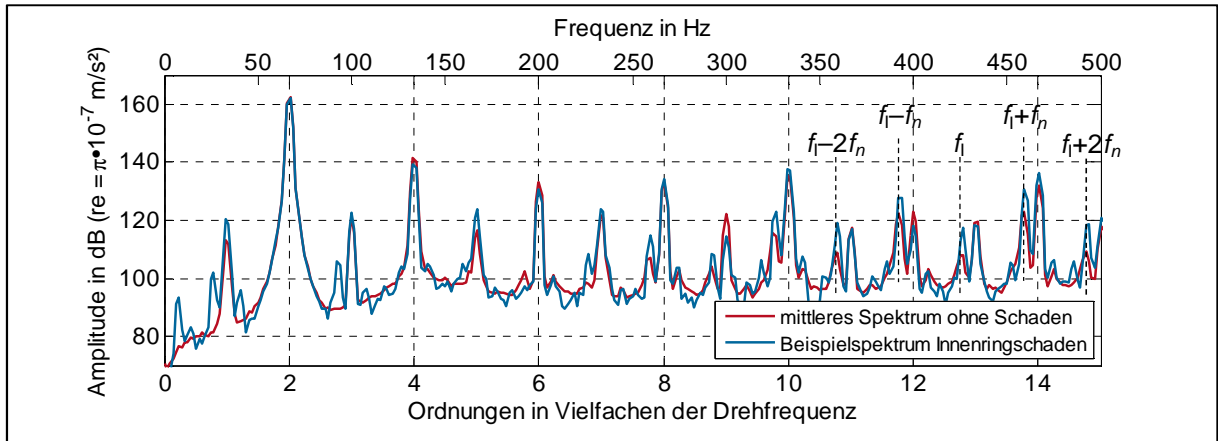


Abbildung 8-7: Amplitudenspektrum der Beschleunigung mit Innenringschaden

Auch die Innenringschäden äußern sich deutlicher im Hüllkurvenspektrum, wo die höchsten Pegel und auch Pegelerhöhungen bei f_1 auftreten (Abbildung 8-8). Zudem sind deutliche Pegelerhöhungen bei den Seitenbändern dieser Frequenz im Abstand aller Vielfachen von f_n zu erkennen, was ebenfalls mit den Simulationsergebnissen übereinstimmt (vgl. Abbildung 7-45).

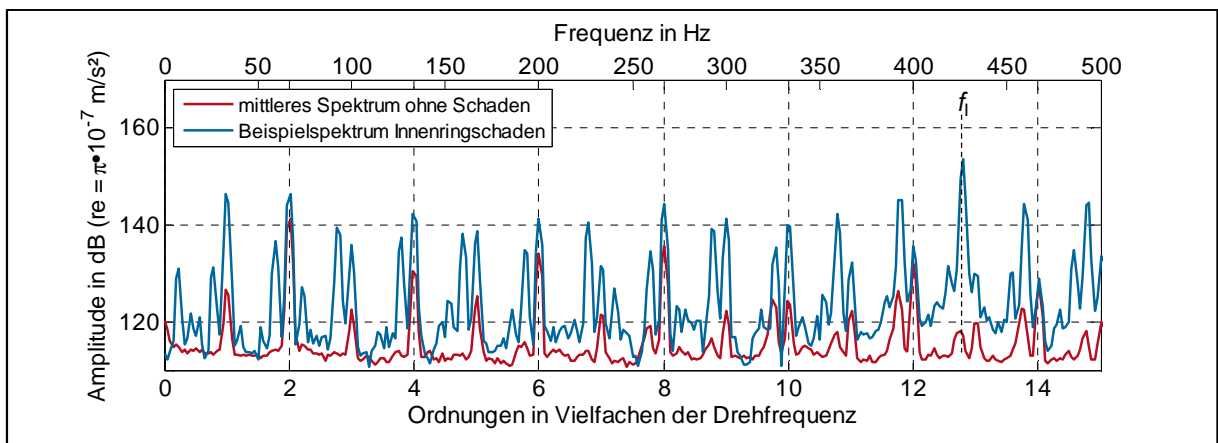


Abbildung 8-8: Hüllkurvenspektrum der Beschleunigung mit Innenringschaden

8.2.2 Automatisierte Auswertung

Während im vorherigen Abschnitt nur anhand einzelner Beispielmessungen gezeigt wurde, wie sich die Schäden auf die Spektren der gemessenen Daten auswirken und wie man die einzelnen Schadensarten klar erkennen und voneinander unterscheiden kann, werden im

Folgenden die Ergebnisse aller Schadensmessungen bei elliptischer Montage verglichen. Dabei sollen nicht die Spektren jeder einzelnen der 27 Messungen (drei Schadensarten, jeweils drei Lager, jeweils drei Messungen) betrachtet, sondern die Messdaten im Sinne der Wälzlagerdiagnose und des Health Monitorings automatisiert analysiert werden. Die Auswertung erfolgt durch ein in MATLAB erstelltes Auswerteprogramm, das die Daten untereinander sowie mit denen der unbeschädigten Lager vergleicht. Dabei werden für jede Messung zunächst das Amplituden- und Hüllkurvenspektrum gebildet und aus diesen die Amplituden der interessierenden Frequenzen ermittelt. Dies sind vor allem die charakteristischen Frequenzen der Lager (vgl. Tabelle 7-1), aber in Anlehnung an die bisherigen Untersuchungsergebnisse auch die Seitenbänder von f_I und f_A im Abstand von $2f_n$. Um leichte Verschiebungen dieser Frequenzen infolge von Drehzahlschwankungen oder Schlupf innerhalb der Lager zu berücksichtigen, wird der Amplitudenwert für jede charakteristische Frequenz berechnet, indem die maximale Amplitude innerhalb eines jeweiligen, schmalen Frequenzbandes ausgelesen wird. Als Referenzwerte zur Beurteilung der Höhe der ausgelesenen Amplituden dienen Mittelwerte aller Messungen mit unbeschädigten Lagern, wobei auch deren Streuung berücksichtigt und in Vielfachen der Mittelwerte ausgedrückt wird (siehe Tabelle 8-1).

Tabelle 8-1: mittlere Amplituden sowie Streuungen aller Messungen ohne Lagerschäden

Frequenz		f_{Ka}	f_w	f_I	f_A	$f_I \pm 2f_n$	$f_A \pm 2f_n$
Werte des Amplitudenspektrums	\bar{x} in m/s^2	0,01	0,21	0,18	0,07	0,17	0,06
	σ/\bar{x}	1,8	0,5	0,7	0,4	0,5	0,2
Werte des Amplitudenspektrums	\bar{x} in m/s^2	0,29	0,35	0,33	0,29	0,34	0,26
	σ/\bar{x}	1,1	0,7	0,7	1,1	0,6	0,9

Wie schon die Streuungen, werden auch die Messdaten beschädigter Lager auf die Referenzwerte bezogen, so dass ein Wert 2 beispielsweise einer Verdopplung der Amplitude gegenüber dem gemittelten Amplitudenwert aller Messungen ohne Schäden entspricht. Liegt die Zunahme eines Wertes bei einem zu prüfenden Lager deutlich oberhalb der Streuung des jeweiligen Referenzwertes, weist dies auf einen Lagerschaden hin. Die eindeutige Identifikation eines bestimmten Schadens gelingt jedoch erst durch den Vergleich aller Amplitudenerhöhungen einer Messung untereinander. Beispielsweise bewirkt der Kugelschaden in einigen Messungen eine Amplitudenerhöhung im gesamten Frequenzbereich (vgl. Abbildung 8-4), so dass in diesem Fall bei einer alleinigen Bewertung der einzelnen Amplitudenzunahmen nicht nur ein Kugel-, sondern auch ein Innen- und Außenringschaden diagnostiziert werden würden. Der

Kugelschaden äußert sich hingegen dadurch, dass die Amplitudenerhöhungen bei $f_{K\ddot{a}}$ und f_W auch im Vergleich mit den übrigen Amplitudenzunahmen besonders ausgeprägt sind. Die Erkennung eines bestimmten Schadens anhand einer ausgelesenen Amplitudenerhöhung erfolgt somit, wenn diese einerseits höher ist als die Streuung des jeweiligen Referenzwertes und andererseits höher als die Erhöhungen bei anderen charakteristischen Frequenzen dieser Messung.

Die Auswirkungen aller Schäden auf die ausgelesenen Amplitudenwerte sind in Tabelle 8-2 in Form der gemittelten Amplitudenerhöhungen zusammengefasst. Werte, anhand derer einzelne Schäden identifiziert werden können, sind farblich hervorgehoben.

Tabelle 8-2: mittlere Amplitudenerhöhungen mit Lagerschäden als Vielfache der Referenzwerte

Frequenz		$f_{K\ddot{a}}$	f_W	f_I	f_A	$f_I \pm 2f_n$	$f_A \pm 2f_n$
Kugelschaden	Amplitudenspektrum	119,8	1,7	1,1	3,1	1,4	4,0
	Hüllkurvenspektrum	19,4	21,3	7,1	10,6	7,7	16,0
Außenring-schaden	Amplitudenspektrum	3,1	1,1	0,9	5,2	0,8	4,2
	Hüllkurvenspektrum	2,0	3,6	4,4	62,6	2,2	39,1
Innenring-schaden	Amplitudenspektrum	0,8	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8
	Hüllkurvenspektrum	1,3	4,5	17,9	0,9	6,0	1,3

Zunächst kann festgestellt werden, dass die Streuungen der Referenzwerte (maximal das 1,8-fache des Mittelwerts, vgl. Tabelle 8-1) durch zahlreiche Amplitudenerhöhungen mit Lagerschäden klar überschritten werden. Am deutlichsten zeigen sich hierbei die Kugelschäden, wo der Wert im Amplitudenspektrum bei $f_{K\ddot{a}}$ durchschnittlich um mehr als den Faktor 100 steigt, während die mittleren Erhöhungen bei den anderen Frequenzen das 4-fache der Referenzwerte nicht überschreiten. Auch anhand der Hüllkurvenspektren lassen sich die Kugelschäden identifizieren, wo sie sich wie erwähnt bei $f_{K\ddot{a}}$ und f_W deutlicher äußern als bei den anderen charakteristischen Frequenzen. Die Außen- und Innenringschäden lassen sich in ähnlicher Weise durch Amplitudenerhöhungen bei f_I und f_A nachweisen. Zudem erhöhen gleichzeitige Amplitudenerhöhungen bei den jeweiligen Seitenbändern die Zuverlässigkeit der Schadenserkennung. Die Außenringschäden zeigen dabei im Hüllkurvenspektrum Erhöhungen um durchschnittlich mehr als das 60-fache des Referenzwertes, während sich die Innenringschäden mit Faktoren von ca. 18 weniger deutlich auswirken. Dabei sinken die Werte der Amplitudenspektren beim Innenringschaden sogar geringfügig. Insgesamt werden jedoch bei allen Messungen die jeweiligen Lageschäden vom Auswerteprogramm erkannt.

8.3 Auswirkungen der Schäden ohne Verformung und im Getriebe

In diesem Abschnitt werden die Auswirkungen der Schäden bei Montagen im unverformten Zustand sowie im Getriebe betrachtet. Dies geschieht anhand der mit dem Auswertprogramm ermittelten Amplitudenerhöhungen, so dass festgestellt werden kann, wie zuverlässig sich die Schäden auch in diesen Zuständen nachweisen lassen.

8.3.1 Messergebnisse ohne Lagerverformung

Die Referenzwerte und Streuungen der Messungen ohne Lagerverformung sind in Tabelle 8-3 dargestellt und weisen die gleiche Größenordnung auf wie die Werte mit elliptischer Scheibe.

Tabelle 8-3: mittlere Amplituden sowie Streuungen aller Messungen ohne Lagerschäden, ohne Verformung

Frequenz		$f_{Kä}$	f_w	f_I	f_A	$f_I \pm 2f_n$	$f_A \pm 2f_n$
Werte des Amplitudenspektrums	\bar{x} in m/s^2	0,01	0,13	0,07	0,14	0,21	0,09
	σ/\bar{x}	1,9	0,5	0,5	2,3	0,7	1,6
Werte des Amplitudenspektrums	\bar{x} in m/s^2	0,62	0,53	1,00	0,33	0,46	0,39
	σ/\bar{x}	1,3	0,6	1,5	0,7	0,7	0,8

Die Amplitudenerhöhungen hingegen sind insgesamt geringer als bei den Messungen mit elliptischer Scheibe (siehe Tabelle 8-4). Die Kugelschäden können zwar trotzdem bei jeder Messung identifiziert werden, bei den Außenringschäden gelingt das jedoch nur bei zwei von drei Lagern. Beim dritten Lager mit Außenringschaden wird der Schaden dagegen bei keinem der drei Messdurchgänge erkannt. Im Fall des Innenringschadens gelingt die Schadenserkennung sogar nur bei einem Lager, während die Lager bei dem Großteil der Messungen unauffällig bleiben.

Tabelle 8-4: mittlere Amplitudenerhöhungen mit Lagerschäden als Vielfache der Referenzwerte, ohne Verformung

Frequenz		$f_{Kä}$	f_w	f_I	f_A	$f_I \pm 2f_n$	$f_A \pm 2f_n$
Kugelschaden	Amplitudenspektrum	65,5	4,0	2,5	1,8	1,2	3,4
	Hüllkurvenspektrum	16,5	33,0	3,3	8,0	5,0	18,9
Außenring-schaden	Amplitudenspektrum	0,9	0,4	0,9	2,1	0,4	0,7
	Hüllkurvenspektrum	1,0	3,7	3,5	37,1	4,4	4,6
Innenring-schaden	Amplitudenspektrum	0,1	0,3	1,5	1,0	0,5	0,9
	Hüllkurvenspektrum	0,6	0,6	2,5	0,8	0,9	1,0

Die Ursache für die geringen Amplitudenzunahmen ohne Lagerverformung wird in der kleineren Anpresskraft der Kugeln an die Laufbahnen im Vergleich zur elliptisch verspannten Montage vermutet. Bei den Auswertungen der Spektren wird anhand von Verschiebungen der charakteristischen Frequenzen auch ein stärker ausgeprägter Schlupf innerhalb der Lager festgestellt, was sich in Senkungen von $f_{Kä}$, f_W , und f_A und einer Erhöhung von f_I äußert. Dies lässt ebenfalls auf geringe Anpresskräfte schließen.

8.3.2 Messergebnisse mit Montage im Getriebe

Bei Montage der Lager im Getriebe rotiert der Topf gegenüber dem Hohlrad aufgrund der Übersetzung entgegen der Drehrichtung der Eingangswelle. Dadurch erhöht sich die Drehzahl zwischen der Eingangswelle und dem Topf (und folglich auch dem Lageraußenring) gemäß dem Untersetzungsverhältnis. Bei den verwendeten Getrieben mit Untersetzungen von 50:1 erhöhen sich dadurch die charakteristischen Frequenzen um 2 %. Dies muss beim Auslesen der Amplituden aus den Spektren berücksichtigt werden, da sonst die gesuchten Peaks möglicherweise aus den sehr schmalen Frequenzbändern fallen und nicht gefunden werden. Darüber hinaus erfolgt die Auswertung der Messdaten wie in den vorherigen Messungen.

Die veränderte Messposition führt zu deutlich geringeren Beschleunigungen, was in den Referenzwerten der Messungen ohne Schäden zu sehen ist (siehe Tabelle 8-5).

Tabelle 8-5: mittlere Amplituden sowie Streuungen aller Messungen ohne Lagerschäden, im Getriebe

Frequenz		$f_{Kä}$	f_W	f_I	f_A	$f_I \pm 2f_n$	$f_A \pm 2f_n$
Wert des Amplitudenspektrums	\bar{x} in m/s^2	0,01	0,03	0,06	0,01	0,02	0,01
	σ/\bar{x}	0,2	0,7	0,6	0,5	0,4	0,2
Wert des Hüllkurvenspektrums	\bar{x} in m/s^2	0,07	0,07	0,09	0,06	0,06	0,06
	σ/\bar{x}	0,5	0,5	0,7	0,5	0,4	0,4

Auch die Amplitudenerhöhungen in den einzelnen Frequenzen erreichen nicht die Werte der Messungen direkt auf dem Topf (siehe Tabelle 8-6). Jedoch sind die Lagerschäden anhand der Werte der Hüllkurvenspektren in den meisten Messungen klar identifizierbar. So wird der Kugelschaden in sieben der neun Messungen erkannt, der Innenringschaden in acht und der Außenringschaden in allen Messungen.

Tabelle 8-6: mittlere Amplitudenerhöhungen mit Lagerschäden als Vielfache der Referenzwerte, im Getriebe

Frequenz		$f_{Kä}$	f_w	f_I	f_A	$f_I \pm 2f_n$	$f_A \pm 2f_n$
Kugel-schaden	Amplitudenspektrum	0,9	0,9	1,1	1,6	1,0	1,5
	Hüllkurvenspektrum	4,9	9,2	2,6	3,4	3,7	4,3
Außenring-schaden	Amplitudenspektrum	0,9	0,5	0,7	1,5	0,9	1,2
	Hüllkurvenspektrum	1,4	1,5	0,9	13,7	1,9	4,4
Innenring-schaden	Amplitudenspektrum	0,9	1,0	0,9	1,7	1,4	1,3
	Hüllkurvenspektrum	0,9	1,5	8,1	0,9	2,1	0,9

Für die durchgeführten Messungen ist die Schadensdiagnose im Getriebe trotz der zusätzlichen Anregung aus dem Zahneingriff und der indirekteren Messposition somit zuverlässiger als im unverformten Zustand der Lager. Am deutlichsten zeigen sich die Lagerschäden jedoch bei den Messungen mit elliptischer Verformung und ohne Zahneingriff, wo sie in allen Messungen erkannt werden.

9 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde ein mathematisches Simulationsmodell im Zeitbereich entwickelt, mit dem die radialen Kräfte und Verformungen in elliptisch verformten Wälzlagern in Abhängigkeit von konstruktiven Parametern ermittelt werden können. Basierend auf der einmaligen Berechnung einer Einheitsverformung mittels FEM bestimmt das Simulationsmodell für verschiedene Drehwinkel des Lagerinnenrings die Kontaktkräfte und Verformungen innerhalb der Lager durch Superposition elastostatischer Lastfälle, so dass der Rechenaufwand gegenüber einer kompletten FE-Rechnung aller Zeitschritte stark reduziert wird. Das Simulationsmodell berücksichtigt dabei auch die Oberflächenrauigkeiten von Kontaktoberflächen, Hertz'sche Flächenpressungen sowie Kontaktbedingungen zwischen den Kontaktpartnern.

Das FE-Modell wurde mit den Ergebnissen einer experimentellen Modalanalyse abgeglichen, während das Simulationsmodell durch Kraft- und Verformungsmessungen an einem dafür entwickelten Präzisionsprüfstand validiert wurde. Dieser ermöglichte die Bestimmung der radialen Steifigkeit der Lager durch eine aktive Magnetlagerung sowie die wiederholgenaue Erfassung radialer Beschleunigungen auf dem Lageraußenring, anhand derer ein Modellupdate erfolgte, das sehr gute Übereinstimmungen zwischen gemessenen und simulierten Daten lieferte.

Mit Hilfe des Modells wurde die Schwingungserregung eines elliptisch verformten Kugellagers in Form von Kugellasten, Rückstellkräften auf die Welle und Beschleunigungen auf dem Lageraußenring im Zeit- sowie im Frequenzbereich bestimmt. Dies ermöglichte zum einen die Einschätzung der Schwingungsanregungen, die durch das Lager in angrenzende Strukturen wie Wellen und Gehäuse eingeleitet werden. Zum anderen wurde im Hinblick auf die Schwingungsdiagnose untersucht, wie sich Formabweichungen des verformten Lagers anhand von Körperschallmessungen nachweisen lassen. Als Ergebnis der Untersuchungen konnten als wesentliche Anregungsmechanismen der Lager der radiale Hub der rotierenden Ellipse, Steifigkeitsschwankungen infolge wechselnder Kugelpositionen sowie entstehende und sich lösende Kontakte zwischen Kugeln und Laufbahnen identifiziert werden. Sie führen selbst bei idealer Lagergeometrie (d. h. ohne Rauigkeiten oder Formabweichungen) zu harmonischen Signalanteilen und modulierten Impulsmustern von Kräften und Beschleunigungen. Diese äußern sich im Frequenzbereich als Anregung zahlreicher diskreter Frequenzen, deren Lage in Abhängigkeit von der Lagergeometrie bestimmt wurde. Des Weiteren kommt es zu einer rauschartigen, stochastisch verteilten Erregung infolge rauer Oberflächen, die den deterministischen Signalanteilen überlagert ist und diese teilweise überdeckt. Um neben dem Verhalten

der Lager bei idealer Lagergeometrie auch Aussagen über ihr Verhalten bei geometrischen Abweichungen zu erlangen, wie sie in realen Prüfständen und Maschinen auftreten, wurden in numerischen Studien die Auswirkungen unterschiedlicher geometrischer Parameter auf die Zielgrößen untersucht. Diese waren eine umlaufende Exzentrizität, variierendes radiales Lagerspiel sowie punktförmige Schäden auf Wälzkörpern, Lagerinnen- und -außenringen. Dabei konnte u. a. festgestellt werden, dass ein reduziertes radiales Spiel zu niedrigeren und harmonischeren Kräften und Beschleunigungen führt und sich somit positiv auf die Schwingungserregung auswirkt. Die einzelnen Lagerschäden äußern sich wiederum in modulierten Impulsfolgen der Beschleunigungen und Kräfte und können in Form von erhöhten Pegeln charakteristischer Frequenzen in Amplituden- und Hüllkurvenspektren nachgewiesen werden. Diese Frequenzen unterscheiden sich jedoch zum Teil von charakteristischen Schadensfrequenzen konventioneller, unverformter Lager. Auch spielt die Winkellage der Schäden gegenüber möglichen Sensorpositionen eine wesentliche Rolle, so dass für eine eindeutige Beurteilung der Schadensausprägung mehrere, über den Umfang verteilte Körperschallsensoren notwendig sind.

Abschließend wurden die Auswirkungen von Lagerschäden experimentell untersucht. Hierfür wurden in mehrere Lager einzelne punktförmige Unebenheiten auf Kugeln und Laufbahnen eingebracht und am Prüfstand im elliptischen und runden Zustand ohne Zahneingriff sowie in einem vollständigen Spannungswellengetriebe vermessen. Dabei konnten die in den Simulationen ermittelten Auswirkungen der Schäden auf Amplituden- und Hüllkurvenspektren bestätigt werden. Im Hinblick auf die Wälzlagerdiagnose wurde zudem gezeigt, wie sich Lagerschäden auch bei elliptischer Lagerverformung anhand von Körperschallsignalen automatisiert detektieren lassen. In den durchgeführten Messungen gelang die Schadenserkennung im verformten Zustand (ohne Zahneingriff sowie im Getriebe) dadurch zuverlässiger als ohne Lagerverformung, wo sich vor allem die Innenringschäden kaum auf die gemessenen Beschleunigungssignale auswirkten.

Insgesamt wurde nachgewiesen, dass das in dieser Arbeit vorgestellte Simulationsmodell die Kräfte und Verformungen in elliptisch verformten Lagern in deren quasistatischem Frequenzbereich gut beschreibt und somit für Lager- und Getriebehersteller als Werkzeug zur Auslegung oder Optimierung der Lager genutzt werden kann. Einzelne Ergebnisse der durchgeführten Untersuchungen zeigen bereits Möglichkeiten zur Reduktion der Schwingungserregung auf. Die Untersuchungen stellen jedoch vor allem dar, wie sich Schäden elliptischer Lager schwingungsdiagnostisch nachweisen lassen, und leisten somit einen Beitrag zu einer mögli-

chen Wälzlagerdiagnose an Prüfständen im bereits verformten Zustand sowie in Spannungs-
wellengetrieben im Betrieb.

Aus den beschriebenen Arbeiten lassen sich Anknüpfungspunkte einerseits für weitere numerische Untersuchungen mit dem Simulationsmodell sowie andererseits für detailliertere empirische Untersuchungen ableiten. So wurden die Parameter des Modells ausgehend von der ursprünglichen Geometrie nur einzeln variiert. Durch die Modellierung mehrerer gleichzeitiger Parameteränderungen können eventuelle gegenseitige Beeinflussungen einzelner Formabweichungen ermittelt werden. Auch ist die Untersuchung der Auswirkungen zahlreicher zusätzlicher konstruktiver Parameter denkbar, wie z. B. der Wälzkörperanzahl oder einer abgeänderten Ellipsengeometrie. Hinsichtlich weiterer empirischer Untersuchungen sind Verfeinerungen der automatisierten Datenauswertung mit Hilfe einer umfangreicheren Datenbasis sinnvoll. Auch könnten durch Langzeitmessungen Aussagen über die Zusammenhänge zwischen den Ausprägungen von Lagerschäden und den dazugehörigen Pegelerhöhungen bei den charakteristischen Frequenzen untersucht werden, um nicht nur die Art des Schadens, sondern auch den Degradationsgrad des Lagers anhand von Beschleunigungsdaten beurteilen zu können.

Literaturverzeichnis

1. ISO 76, *Wälzlager – Statische Tragzahlen*, 2006
2. ISO 281, *Wälzlager – Dynamische Tragzahlen und nominelle Lebensdauer*, 2007
3. DIN 26281, *Wälzlager – Dynamische Tragzahlen und nominelle Lebensdauer - Berechnung der modifizierten nominellen Referenz-Lebensdauer für Wälzlager*, 2010
4. Hertz, H., *Über die Berührung fester elastischer Körper*, Journal für die reine und angewandte Mathematik, 1881, **92**, S. 156-171.
5. Stribeck, R., *Kugellager für beliebige Belastungen*, Mitteilungen aus der Centralstelle für wissenschaftlich-technische Untersuchungen, 1900, **1**.
6. Sjövall, H., *The Load Distribution Within Ball and Roller Bearings Under Given External Radial and Axial Load*, Tek. Tidskrift, 1933, **Mek.**, S. h. 9.
7. Palmgren, A., *Ball and roller bearing engineering*, 1. Auflage, 1945, Philadelphia, SKF Industries.
8. Lundberg, G. und Palmgren, A., *Dynamic Capacity of Rolling Bearings*, Acta Polytechnica Mechanical Engineering Series, Royal Swedish Academy of Engineering Sciences, 1947, **1**(3), S. 5-50.
9. Paulick, J.-G., *Entwicklung einer Methode zur Berechnung von Wirkungsgrad und Leistungsgrenze für das Gleitkeilgetriebe*, Dissertation, 1983, RWTH Aachen.
10. Raabe, M., *Methoden und Tools zur Berechnung von Wälzlagern*, Antriebstechnik, 2011, **9**, S. 26-29.
11. Gustafsson, O.G., *Final Report on Study of the Vibration Characteristics of Bearings*, 1963, Philadelphia, SKF Industries.
12. Tallian, T.E. und Gustafsson, O.G., *Progress in Rolling Bearing Vibration Research and Control*, ASLE Transactions, 1965, **8**(3), S. 195-207.
13. Sunnersjö, C.S., *Varying compliance vibrations of rolling bearings*, Journal of Sound and Vibration, 1978, **58**(3), S. 363-373.
14. Collacott, R.A. und Neale, M.J., *Mechanical fault diagnosis and condition monitoring*, 1977, London, Chapman & Hall.
15. Sturm, A., *Wälzlagerdiagnose an Maschinen und Anlagen*, 1986, Köln, TÜV Rheinland.
16. Wirth, R., *Maschinendiagnose an Industriegetrieben. Teil I: Grundlagen der Analyseverfahren*, Antriebstechnik, 1998, **37**(10), S. 75-80.
17. Wirth, R., *Maschinendiagnose an Industriegetrieben. Teil II: Signalidentifikation in der Praxis*, Antriebstechnik, 1998, **37**(11), S. 77-81.
18. McFadden, P.D. und Smith, J.D., *Model for the vibration produced by a single point defect in a rolling element bearing*, Journal of Sound and Vibration, 1984, **96**(1), S. 69-82.
19. Antoni, J., *Cyclic spectral analysis of rolling-element bearing signals: Facts and fictions*, Journal of Sound and Vibration, 2007, **304**(3-5), S. 497-529.
20. Junsheng, C., Dejie, Y. und Yu, Y., *Application of an impulse response wavelet to fault diagnosis of rolling bearings*, Mechanical Systems and Signal Processing, 2007, **21**(2), S. 920-929.
21. Richard Liu, C. und Choi, Y., *A new methodology for predicting crack initiation life for rolling contact fatigue based on dislocation and crack propagation*, International Journal of Mechanical Sciences, 2008, **50**(2), S. 117-123.
22. Sawalhi, N., Randall, R.B. und Endo, H., *The enhancement of fault detection and diagnosis in rolling element bearings using minimum entropy deconvolution combined with spectral kurtosis*, Mechanical Systems and Signal Processing, 2007, **21**(6), S. 2616-2633.

-
23. Sayles, R.S. und Poon, S.Y., *Surface topography and rolling element vibration*, Precision Engineering, 1981, **3**(3), S. 137-144.
 24. Greenwood, J.A. und Williamson, J.B.P., *Contact of Nominally Flat Surfaces*, Proceedings of the Royal Society of London, 1966, **295**(1442), S. 300-319.
 25. McCool, J.I., *Comparison of models for the contact of rough surfaces*, Wear, 1986, **107**(1), S. 37-60.
 26. Feldmann, J., *Point distributed static load of a rough elastic contact can cause broadband vibrations during rolling*, Mechanical Systems and Signal Processing, 2002, **16**(2-3), S. 285-302.
 27. Remington, P.J., *Wheel Rail Squeal and Impact Noise - What Do We Know - What Dont We Know - Where Do We Go from Here*, Journal of Sound and Vibration, 1987, **116**(2), S. 339-353.
 28. Remington, P.J., *Wheel/rail rolling noise, I: Theoretical analysis*, Journal of the Acoustical Society of America, 1987, **81**(6), S. 1805-1823.
 29. Thompson, D.J., *Wheel Rail Noise Generation, 1. Introduction and Interaction Model*, Journal of Sound and Vibration, 1993, **161**(3), S. 387-400.
 30. Thompson, D.J., *Wheel Rail Noise Generation, 2. Wheel Vibration*, Journal of Sound and Vibration, 1993, **161**(3), S. 401-419.
 31. Thompson, D.J., *Wheel Rail Noise Generation, 3. Rail Vibration*, Journal of Sound and Vibration, 1993, **161**(3), S. 421-446.
 32. Thompson, D.J., *Wheel Rail Noise Generation, 4. Contact Zone and Results*, Journal of Sound and Vibration, 1993, **161**(3), S. 447-466.
 33. Thompson, D.J., *Wheel Rail Noise Generation, 5. Inclusion of Wheel Rotation*, Journal of Sound and Vibration, 1993, **161**(3), S. 467-482.
 34. Diniz Guimarães, J.H., *Modelling the dynamic interactions of rolling bearings*, Dissertation, 2008, RWTH Aachen.
 35. Bastami, A.R., Behzad, M. und Mba, D., *A New Model for Estimating Vibrations Generated in the Defective Rolling Element Bearings*, Journal of Vibration and Acoustics, 2011, **133**(4), S. 041011-1 - 041011-8.
 36. Patent, US 2906143 A, Musser, C.W., *Strain wave gearing*, 1959
 37. Degen, R., *Herstellungs- und montagegerechte Entwicklung eines Mikro-Harmonic-Drive-Getriebes*, Dissertation, 2001, RWTH Aachen.
 38. Halm, G., *Resonanzfrequenzen bei der Untersuchung von Lagerschwingungen*, Maschinenbau-Technik, 1973, **22**, S. 27-32.
 39. Johnson, K.L., *Contact mechanics*, 1985, Cambridge [u.a.], Cambridge University Press.
 40. *Technisches Taschenbuch*, Auflage 7.5, 2002, INA-Schaeffler KG.
 41. Harris, T.A. und Kotzalas, M.N., *Rolling bearing analysis*, 5. Auflage, 2006, Boca Raton, Florida, Taylor & Francis.
 42. Cooley, J.W. und Tukey, J.W., *An Algorithm for the machine calculation of complex Fourier series*, Mathematics of Computation, 1965, **19**(90), S. 297-301.
 43. DIN 61260, *Elektroakustik - Bandfilter für Oktaven und Bruchteile von Oktaven*, 2003
 44. Merziger, G., *Formeln und Hilfen zur höheren Mathematik*, 2010, Springe, Binomi Verlag, S. F1.
 45. Wirth, R., *Einflüsse auf die Zuverlässigkeit von Schwingungsdiagnoseverfahren an Wälzlagern*, Dissertation, 1994, Zittau, TH Zittau.
 46. Kollmann, F.G., Schösser, T.F. und Angert, R., *Praktische Maschinenakustik*, 2006, Berlin, Springer.
 47. Skowronek, A., Bös, J. und Hanselka, H., *Entwicklung eines Prüfstandes zur Bestimmung akustischer Auswirkungen von Wellenfehlstellungen in Sondergetrieben*, VDI Fachtagung "Maschinenakustik 2010: Wettbewerbsvorteil durch geräuscharme Produkte", 2010, Leonberg bei Stuttgart, S. 43-50.



48. DIN 620-4, *Wälzlager – Wälzlagertoleranzen – Teil 4: Radiale Lagerluft*, 2004